Gymnasium Pegnitz
JS 9 August 2007

Funktionsgraphen (Aufgaben)

1. Betrachte die beiden linearen Funktionen $f(x) = x + 2$ und $g(x) = x - 3$ und die quadratische Funktion $p(x) = f(x) \cdot g(x)$

   (a) Zeichne die Graphen der Funktionen in ein Koordinatensystem.

   (b) Welche Zusammenhänge zwischen den Graphen gibt es?

2. Betrachte die Gerade $g(x) = 4x - 1$ und die Parabel $p(x)y = x^2 - 2x + 5$.

   (a) Für welche Werte von x ist die Differenz der Funktionswerte von $g(x)$ und $p(x)$ am kleinsten?

   (b) Wie verändert sich das Ergebnis, wenn man den Graphen von $g(x)$ um a in y-Richtung verschiebt?

   (c) Wie verändert sich das Ergebnis, wenn man den Graphen von $g(x)$ um b in x-Richtung verschiebt?

3. **Lagebeziehungen von Parabeln**

   Betrachtet die Parabel $p(x) = 0,5x^2 - 3$ und die Gerade $g(x) = 0,5x + 2$.

   (a) Zeichne die Parabel $p(x)$ und die Gerade $g(x)$ in ein gemeinsames Koordinatensystem.

   (b) Gib die Gleichung einer anderen Gerade an, die die Parabel p ebenfalls in zwei Punkten schneidet und parallel zu g ist. Gib jeweils die Gleichung einer Geraden an, die die Parabel p in keinem bzw. in genau einem Punkt schneidet und parallel zu p ist.

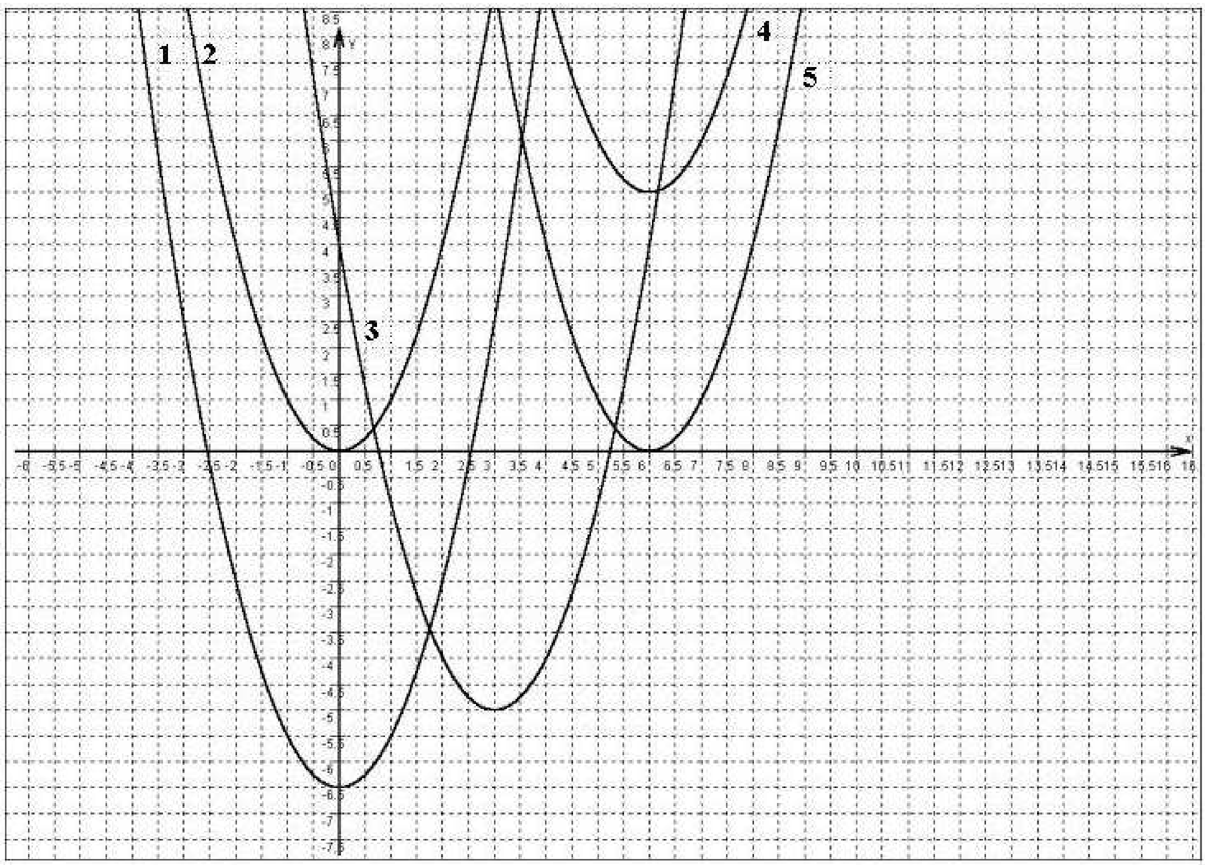
   (c) Gib den Funktionsterm einer Parabel an, die vollständig oberhalb der Parabel p verläuft.

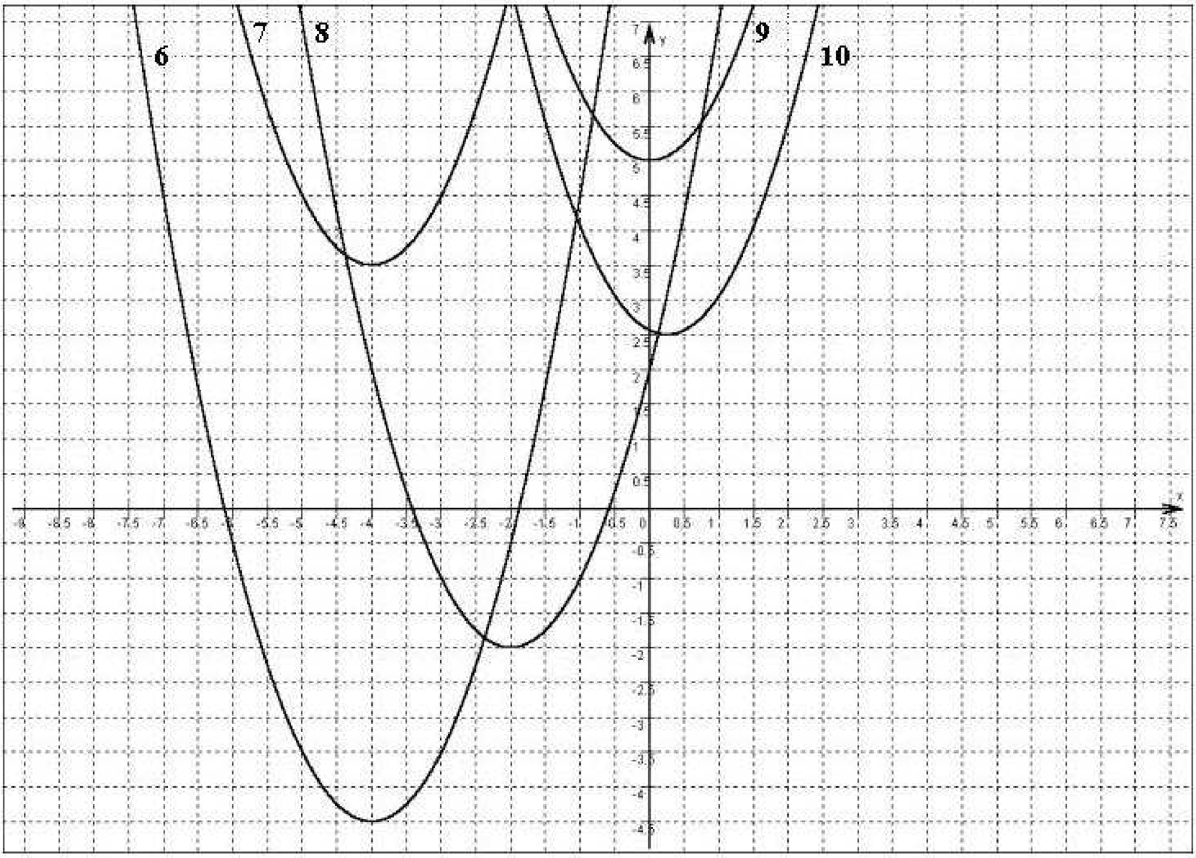
   (d) Entscheide in jedem Fall, ob die Aussage wahr oder falsch ist:

   - Eine Parabel, die nach unten geöffnet ist und deren Scheitel unterhalb des Scheitels von p liegt, hat sicher keinen Schnittpunkt mit p.
   - Eine Parabel, die nach oben geöffnet ist und eine größere Öffnungsweite als p hat, hat sicher einen Schnittpunkt mit p.
   - Eine Parabel, die die gleiche Öffnungsweite hat wie p und nach unten geöffnet ist, kann Schnittpunkte mit p besitzen, muss aber nicht.

4. **Zusammenhang zwischen Funktionsterm und Graph**

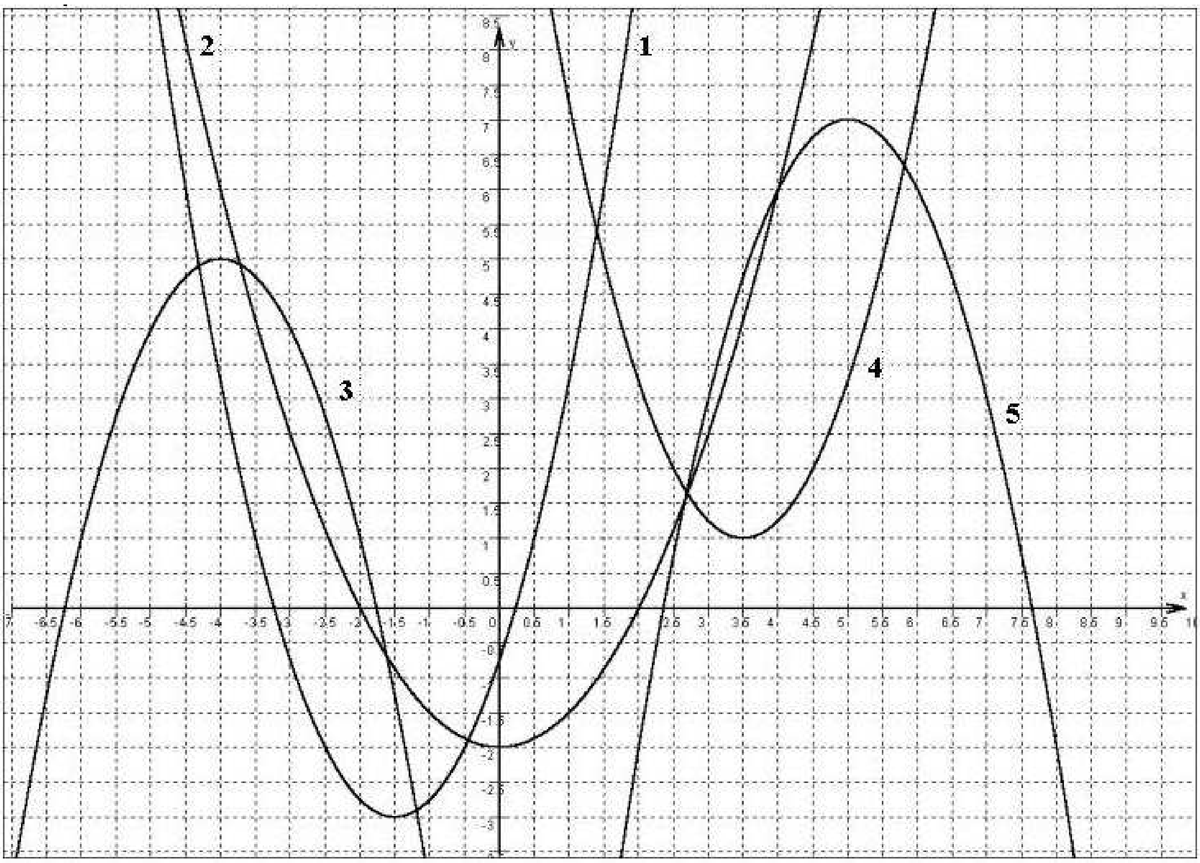
Finde die Funktionsgleichungen $f_1(x); f_2(x); \ldots; f_{10}(x)$ zu den gezeichneten Parabeln $1 - 10$.

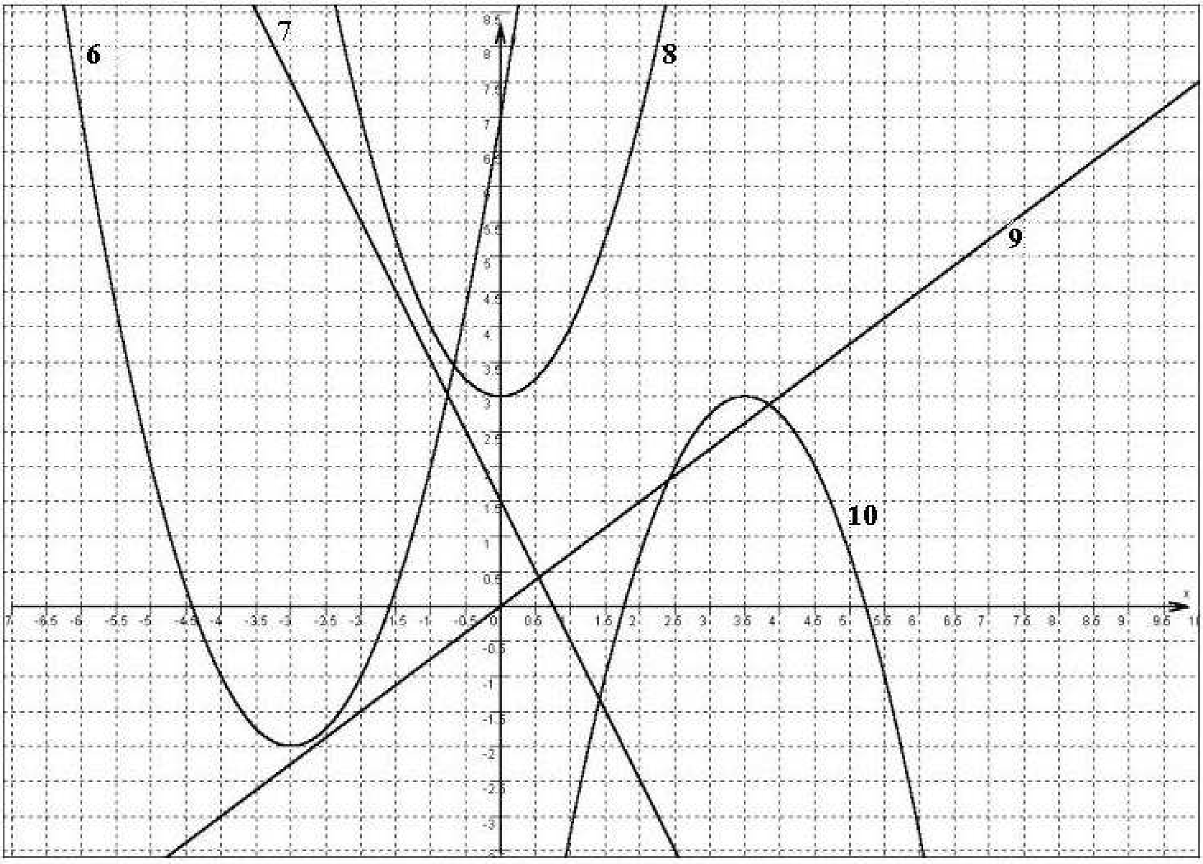




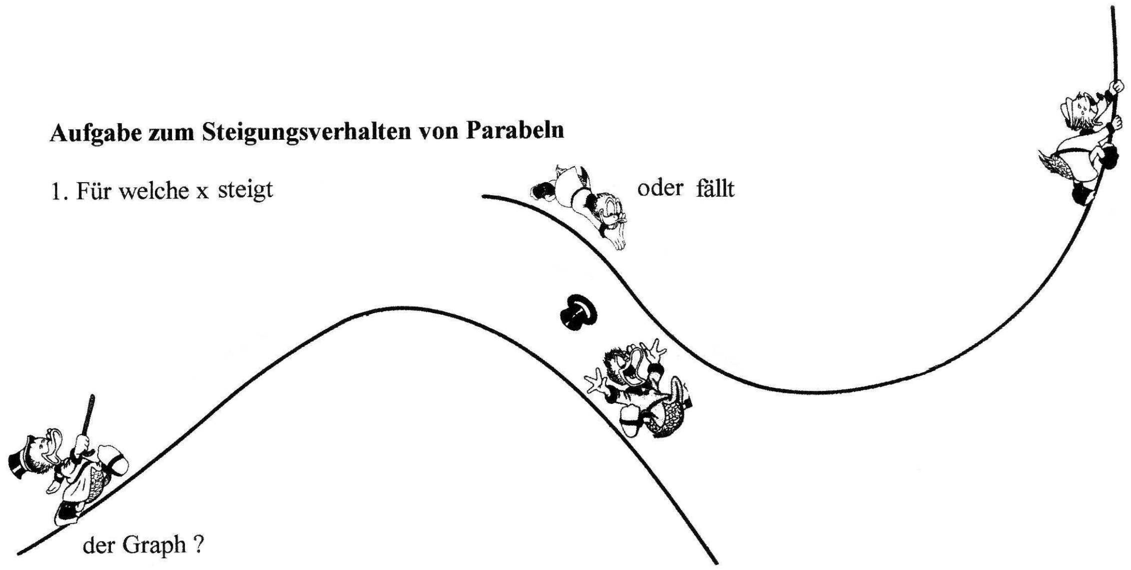
5. **Zusammenhang zwischen Funktionsterm und Graph**

   Finde die Funktionsgleichungen $f_1(x); f_2(x); \ldots; f_{10}(x)$ zu den gezeichneten Parabeln $1 - 10$.


1
2
3
4
5


6
7
8
9
10

6. **Steigungsverhalten quadratischer Funktionen**



(a)

Beschreibung der Funktion	**fällt**	**steigt**
(a) $f(x) = x^2$		
(a) $f(x) = x^2$		
(b) $f(x) = x^2 + 2$		
(c) $f(x) = (x-3)^2$		
(d) $f(x) = (x-3)^2 + 1$		
(e) $f(x) = x^2 + 2x - 8$		
(f) Hochpunkt der Parabel: $H(7\vert 4,5)$		
(g) Tiefpunkt der Parabel: $T(-2,5\vert 3)$		
(h) Schnittpunkte mit der 1.Achse: $S_1(-2\vert 0)$ und $S_2(10\vert 0)$		
(i)		
(j)		

(b) Gib mehrere Funktionsgleichungen an, für die folgende Aussagen zutreffen:

Steigungsverhalten	**Funktionsgleichungen**
(a) Der Graph fällt für $x < -4$ und steigt für $x > -4$	
(b) Der Graph steigt für $x < 2$ und fällt für $x > 2$	
(c)	

7. **Anwendungen der quadratischen Funktionen und Gleichungen**

Eine Normalparabel wird um 1 nach links, um 4 nach oben verschoben, dann an der 1. Achse gespiegelt und schließlich parallel zur 2. Achse mit dem Faktor $\frac{1}{2}$ gestreckt. Zeichne schrittweise den Graphen, gib Lage und Art des Scheitels an.

8. **Anwendungen der quadratischen Funktionen und Gleichungen**

Beim Schießen einer Kugel senkrecht nach oben wird die Zuordnung Zeit t nach Abschuss (in s) $\rightarrow$ Höhe h über der Abschussstelle (in m) durch die Gleichung $h = 51,2t - 5t^2$ beschrieben.

(a) In welcher Höhe befindet sich die Kugel nach 4 Sekunden? Wann erreicht sie die gleiche Höhe beim Zurückfallen?

(b) Nach welcher Zeit erreicht die Kugel ihren höchsten Punkt? In welcher Höhe befindet sie sich dann?

(c) Zu welchen Zeiten beträgt die Höhe 50 m?

9. In einem kartesischen Koordinatensystem hat der Graph einer quadratischen Funktion seinen Scheitel im Punkt $S(3|4)$ und enthält ferner die Punkte $A(1|3)$ und $B(5|3)$. Erstelle eine übersichtliche Zeichnung und gib die Funktionsgleichung an!

10. In einem kartesischen Koordinatensystem ist der Graph einer quadratischen Funktion symmetrisch zur Geraden $x = 4$ und schneidet die x-Achse im Punkt $(1|0)$. Erstelle eine saubere Überlegungsskizze und gib die Funktionsgleichung in Abhängigkeit von der y-Koordinate y_S des Scheitelpunktes an!

11. In einem kartesischen Koordinatensystem (Längeneinheit 1 cm) ist folgende Punktmenge mit Farbe sauber und eindeutig zu kennzeichnen:

$$\left\{(x|y) \,\middle|\, -2 < x \leqq 8;\;\; 0 \leqq y = \left|0,25 \cdot (x-3)^2 - 4\right| \;\wedge\; y \leqq 3\right\}$$

12. Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $y = x^2 - 9$ und der Definitionsmenge $\mathbb{R}$. Entscheide, ob folgende Aussagen über den Graphen von f jeweils richtig oder falsch sind.

	richtig	falsch
Der Graph schneidet die y-Achse im Punkt. (0|9)	[ ]	[ ]
Der Punkt (4|6) liegt auf dem Graphen.	[ ]	[ ]
Für $x \in]-3;3[$ verläuft der Graph unterhalb der x-Achse.	[ ]	[ ]
Der Graph ist zur y-Achse symmetrisch.	[ ]	[ ]

Bayerischer Mathematik-Test für die Jahrgangsstufe 10 der Gymnasien 2005

13. **Quadratische Funktionen und deren Graphen (Parabeln)**

Funktionsgleichung	Lage des Scheitelpunktes	Steigungsverhalten: Die Parabel…		Verschiebung der Normalparabel
		…fällt	…steigt	
$f(x) = x^2$	$T(0\|0)$	für $x < 0$	für $x > 0$	keine
$f(x) = x^2 + 1$				
$f(x) = x^2 - 2$				
$f(x) = (x + 2)^2$				
$f(x) = (x - 3)^2$				
$f(x) = (x - 2)^2 + 1$				
$f(x) = (x - 3)^2 - 2$				
$f(x) = (x + 4)^2 + 3$				
	$T(1\|3)$			
	$T(-2\|-5)$			
		$x < 2$	$x > 2$	
				um 2 nach links und um 3 nach unten
$f(x) = x^2 + 6x + 9$				
$f(x) = x^2 - 3x + 2,25$				
$f(x) = x^2 - 4x - 5$				
$f(x) = x^2 + 6x + 5$				
	$H(0\|0)$			
		$x > 1$	$x < 1$	

14. **Quadratische Funktionen und deren Graphen (Parabeln)**

Funktionsgleichung	Lage des Scheitelpunktes	Steigungsverhalten: Die Parabel…		Verschiebung der Normalparabel
		…fällt	…steigt	
$f(x) = -x^2$	$H(0\|0)$	für $x > 0$	für $x < 0$	Spiegelung an der 1.Achse
$f(x) = -(x^2 + 1)$				
$f(x) = -x^2 + 1$				
$f(x) = -(x - 2)^2$				
$f(x) = -(x + 3)^2$				
$f(x) = -(x - 2)^2 + 1$				
$f(x) = -((x - 3)^2 - 2)$				
	$H(1\| - 2)$			
	$T(1\| - 2)$			
	$T(-2\| - 5)$			
		$x > 2$	$x < 2$	
				an der 1.Achse gespiegelt, um 4 nach rechts verschoben
				um 2 nach links verschoben, an der 1.Achse gespiegelt
				an der 1. Achse gespiegelt, um 3 nach unten verschoben
				um $2,5$ nach unten verschoben, an der 1. Achse gespiegelt