Gymnasium Pegnitz
JS 9 August 2007

Faktorisierung/alle Grundrechenarten (Aufgaben)

1. Man stelle das Ergebnis als eine Wurzel mit möglichst einfachem Radikanden dar!

$$\frac{\left[a^{\frac{3}{4}} \cdot b \cdot (b^2 - a^2)^{\frac{1}{2}}\right]^{\frac{1}{n}}}{(b-a)^{\frac{3}{2}}} \cdot \left[(b-a)^{1-3n} \cdot a^{\frac{3}{2}}\right]^{-\frac{1}{2n}}$$

2. Kürzen Sie folgenden Bruchterm so weit wie möglich:

$$\frac{(-a^4)^{2k+1} \cdot (a^{2m-2n} - 2 \cdot a^{2m} + a^{2m+2n})}{(a^{2m-2n} - a^{2m+2n}) \cdot [(-a)^{k+1}]^8}$$

3. Vereinfachen Sie und beachten Sie Fallunterscheidungen:

$$\frac{\sqrt{x^4} + \sqrt{y^6}}{x^4 - y^6}$$

4. Vereinfachen Sie und beachten Sie Fallunterscheidungen:

$$\frac{\sqrt{x^4} - \sqrt{y^6}}{x^4 - y^6}$$

5. Vereinfachen Sie soweit wie möglich:

$$\frac{a^{\frac{5}{2}} \cdot x^8 - \left[\sqrt{2} \cdot a^{\frac{5}{4}} \cdot x^2 \cdot y^{\frac{3}{2}}\right]^2 + \sqrt{a^5 \cdot y^{12}}}{(a^{-1})^{-2} \cdot (x^4 + (-y)^3)}$$

6. Vereinfachen Sie so weit wie möglich:

$$\frac{a^{\frac{2}{3}} - b^{\frac{2}{3}}}{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}} \cdot \left[\left(2{,}7 \cdot 10^4\right)^{-\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{30}\right]^{\frac{6}{5}} \cdot \left(\frac{10^{-\frac{2}{3}}}{b^{\frac{1}{3}} \cdot 9^{\frac{1}{3}}}\right)^{-\frac{3}{2}}$$

7. Vereinfachen Sie soweit wie möglich:

$$\frac{a^{\frac{3}{2}} x^{\frac{2}{3}} - y^{\frac{2}{3}} a^{\frac{3}{2}} + x^{\frac{2}{3}} a^{\frac{3}{2}} - a^{\frac{3}{2}} y^{\frac{2}{3}}}{4a^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{3}} - 4y^{\frac{1}{3}} a^{\frac{1}{2}}}$$

8. Vereinfachen Sie soweit wie möglich:

$$\frac{\sqrt[5]{a^2} - \sqrt[5]{32a} + 1}{(a - a^{\frac{3}{5}}) : \sqrt[5]{a^3}}; \qquad a \in \mathbb{R}^+$$

9. Vereinfachen Sie so weit wie möglich:

$$\left(a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}\right) \cdot \left(\frac{a^{\frac{2}{3}} + (ab)^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}}{a - b}\right)^{\frac{1}{3}}$$

10. Vereinfachen Sie so weit wie möglich:

$$\frac{u - 2u^{\frac{2}{3}} \cdot v^{\frac{1}{3}} + u^{\frac{1}{3}} \cdot v^{\frac{2}{3}}}{u - u^{\frac{1}{3}} \cdot v^{\frac{2}{3}}}$$

11. Zerlegen Sie Zähler und Nenner in Faktoren und kürzen Sie soweit wie möglich:

$$\frac{x^{2m+5} - 2x^{m+5}y^s + x^5y^{2s}}{x^{2m+8} - y^{2s}x^8}$$

12. Vereinfachen Sie folgenden Term so weit wie möglich:

$$\frac{81x^{9p} - 256x^{5p}}{(16x^{4p} - 24x^{5p} + 9x^{6p}) \cdot (9x^{3p} + 16x^p)}$$

13. Vereinfachen Sie:

$$\frac{(a^2 + 6a + 9)^{2m+1}}{(-a - 3)^{2m+1}}; \quad m \in \mathbb{N}$$

14. Vereinfachen und kürzen Sie soweit wie möglich:

$$\frac{b^{2m} - a^{2n}}{b^{2m} + 2a^nb^m + a^{2n}}$$

15. Vereinfachen Sie soweit wie möglich. Die Ergebnisse sollen vollständig gekürzt und ohne Nenner geschrieben werden.

$$\frac{a^{2m+1} - a^{m+1}}{a^m - a^{3m}}$$

16. Zerlegen Sie Zähler und Nenner vollständig in Faktoren und kürzen Sie:

$$\frac{9a^{2n+1} - a}{a^2 - 3a^{n+2}}$$

17. Vereinfachen Sie so weit wie möglich und geben Sie das Ergebnis nennerfrei an $(s, t \in \mathbb{R}^+)$:

$$\left(s^{\frac{1}{3}} - t^{\frac{1}{3}}\right) \cdot \left(s^{\frac{2}{3}} + (st)^{\frac{1}{3}} + t^{\frac{2}{3}}\right)$$

18. Berechnen Sie und schreiben Sie als Potenz:

$$[-9(-x^2)^3 + (-4x^3)^2] \cdot \left(\frac{1}{0{,}5}\right)^2$$

19. Faktorisieren Sie vollständig:

$$16z^{k+2} - 16z^k + 4z^{k-2}$$

20. Zerlegen Sie soweit wie möglich in Faktoren:

$$108u^2v^3 - 3v^5$$