

Ähnlichkeit: Berechnungen (Aufgaben)

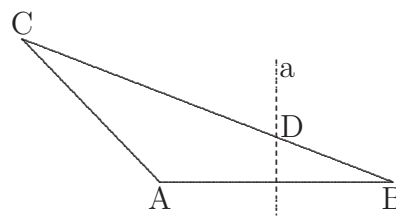
1. Ein Dreieck ABC mit $c = 4$ cm, $h_c = 3$ cm und $\alpha = 60^\circ$ wird durch eine Ähnlichkeitsabbildung auf ein Dreieck $A'B'C'$ mit dem Flächeninhalt $13,5$ cm² abgebildet. Wie groß sind c' , h'_c und α' im Bilddreieck.

2. Gegeben sind die Punkte $A(0|-3)$, $B(6|-6)$ und $C(3|3)$, sowie $P(8|5)$, $Q(10|4)$ und $R(9|7)$.

Entscheide durch Rechnung, ob die Dreiecke ABC und PQR zueinander ähnlich sind.

(Achtung: Hier ist keine Zeichnung verlangt!)

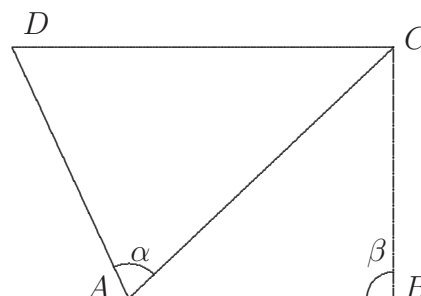
3. Gegeben ist ein Dreieck ABC mit $\alpha = 120^\circ$; $\beta = 30^\circ$ und $\overline{AB} = 6\sqrt{3}$ cm. Die Symmetrieachse a zu A und B schneidet BC im Punkt D . Die dabei entstehende Strecke $[BD]$ ist 6 cm lang.



- (a) Begründe genau, wieso die beiden Dreiecke ABC und ABD zueinander ähnlich sind.
(b) Berechne \overline{BC} .

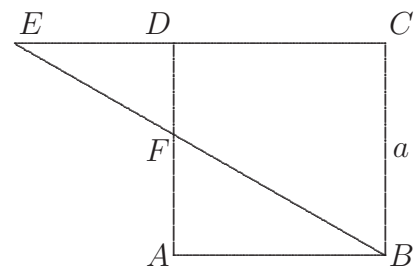
4. In einem Dreieck ABC gilt $a = 75$ cm und $b = 60$ cm. Wie lang sind die zugehörigen Höhen h_a und h_b , wenn deren Längenunterschied 5 cm beträgt?

5. Im Viereck $ABCD$ (Abbildung nicht maßstabsgerecht) sind folgende Streckenlängen gegeben: $\overline{AB} = 5$ cm, $\overline{CD} = 7,2$ cm und $\overline{AC} = 6$ cm. Ferner ist bekannt, daß die Winkel $\alpha = \sphericalangle CAD$ und β gleich groß sind.



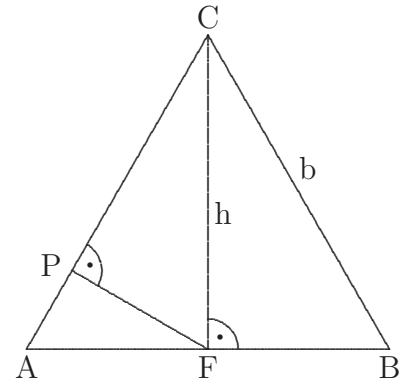
- (a) Zeige daß die Teildreiecke zueinander ähnlich sind. Gib den verwendeten Ähnlichkeitssatz an.
(b) Berechne \overline{AD} aus $\overline{CB} = 3,3$ cm.

6. Das Quadrat $ABCD$ hat die Seitenlänge a . Die Gerade BF schneidet die Gerade DC im Punkt E (Skizze).



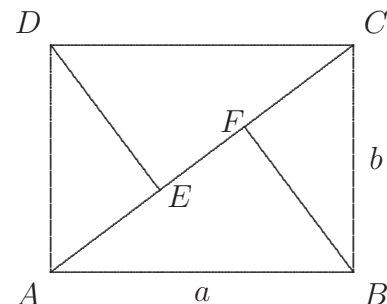
- (a) Begründe $\triangle ABF \sim \triangle EBC$.
- (b) Berechne die Streckenlänge \overline{CE} in Abhängigkeit von a wenn $a = 1,5\overline{AF}$

7. Im gleichseitigen Dreieck ABC mit der Seitenlänge b wird vom Höhenfußpunkt F aus das Lot auf die Seite $[AC]$ gefällt (s. Skizze).



- (a) Gib alle ähnlichen Dreiecke an, die in nebenstehender Figur auftreten (mit kurzer Begründung)!
- (b) Berechne allgemein, jeweils ausgedrückt durch die Seitenlänge b , die Streckenlängen \overline{AP} , \overline{CF} und $h = \overline{CF}$!

8. In einem Rechteck $ABCD$ werden von zwei gegenüberliegenden Ecken die Lote auf eine Diagonale gefällt. Berechne die Längen $x = \overline{EF}$ und $y = \overline{BF}$, wenn für die Seitenlängen $a = 24$ und $b = 7$ gilt.

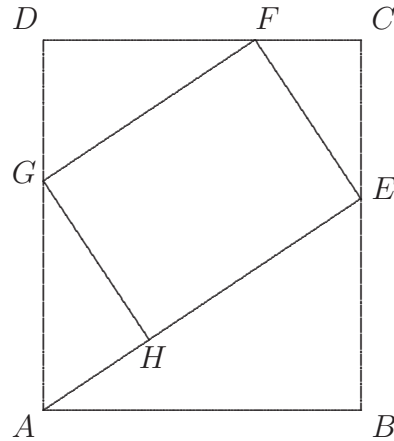


9. In einem Dreieck ABC ist $a = 78$ mm; $b = 111$ mm; $c = 143$ mm.
Wie lang sind die Seiten eines ähnlichen Dreiecks $A'B'C'$, in dem die größte Seite um 138 mm kleiner ist als die Summe der Längen der beiden anderen Seiten?
10. In dem größeren von zwei ähnlichen Dreiecken sind die Seiten 10 cm, 14 cm und 18 cm länger als die entsprechenden Seiten des kleineren Dreiecks. Die beiden entsprechenden Höhen h_a und h'_a verhalten sich wie 5 : 3.
Berechne die Seitenlängen der beiden Dreiecke.
11. Die Flächeninhalte zweier ähnlicher Vierecke verhalten sich wie 64 : 25, ihre Umfänge unterscheiden sich um 12 cm. Berechne die Umfänge der beiden Vierecke.

12. Im Dreieck ABC schneidet die Winkelhalbierende w_γ die Seite $[AB]$ im Punkt D . Es sei $\overline{AC} = b = 4$ cm, $\overline{BC} = a = 8$ cm. Der Flächeninhalt A_1 des Teildreiecks ADC beträgt $A_1 = 5$ cm². Berechne den Flächeninhalt A_2 des Teildreiecks BCD .

13. Das Rechteck $ABCD$ hat die Seitenlängen $\overline{AB} = 6$ cm und $\overline{BC} = 7$ cm, ferner ist $\overline{BE} = 4$ cm. $EFGH$ ist ein Rechteck.

- (a) Begründe, daß die vier eingezeichneten Teildreiecke ähnlich sind.
- (b) Berechne die Längen der Abschnitte, in welche die Seiten $[CD]$ und $[DA]$ durch die Punkte F und G zerlegt werden.



14. Im Dreieck ABC gilt $\gamma = 2\alpha$.

- (a) Erstelle eine übersichtliche Planfigur und drücke die Länge w_γ der Winkelhalbierenden von γ durch die Seitenlängen a , b und c aus!
- (b) In welchem Verhältnis, ausgedrückt durch die Seitenlängen, wird $[AB]$ von der Winkelhalbierenden von γ geteilt?
- (c) Für welche spezielle Wahl des Winkels α teilt die Winkelhalbierende von γ die Seite $[AB]$ im goldenen Schnitt? Verwende die Ergebnisse der Teilaufgaben (a) und (b)!

15. Die Gewichtskraft eines Lebewesens ist seinem Volumen, die Muskelkraft der Querschnittsfläche des Muskels proportional. Wir nehmen an, daß ein „normaler“ Mensch der Größe 180 cm zusätzlich zu seinem eigenen Gewicht noch das 1,5fache seines Körpergewichts tragen kann. Wie groß darf ein „normal proportionierter“ Riese höchstens sein, damit er gerade noch mit eigener Kraft gehen kann? „Normal proportioniert“ heißt, daß der Riese durch eine zentrische Streckung aus dem „normalen“ Menschen hervorgeht.