

Kongruenzsätze (Aufgaben)

07cm035

1. Von einem Viereck kennt man die Längen der Seiten $\overline{AB} = \overline{AD} = 4$ cm und $\overline{BC} = \overline{DC} = 6$ cm. Warum sind die Dreiecke $\triangle ABC$ und $\triangle ADC$ kongruent?

07cm032

2. Von einem Viereck ABCD kennt man die Längen der Seiten:

$$\overline{AB} = \overline{AD} = 4 \text{ cm und } \overline{BC} = \overline{DC} = 6 \text{ cm.}$$

M ist der Schnittpunkt der Strecken [AC] und [BD].

- (a) Warum sind die Dreiecke $\triangle ABC$ und $\triangle ADC$ kongruent?
(Gib die gleich großen Stücke und den zugehörigen Kongruenzsatz an!)
- (b) Warum sind die Dreiecke $\triangle ABM$ und $\triangle ADM$ kongruent?
(Gib die gleich großen Stücke und den zugehörigen Kongruenzsatz an!)
- (c) Warum ist AC die Mittelsenkrechte der Strecke [BD]?

07cm03im009

3. Dreiecke

Konstruiere ein Dreieck $\triangle ABC$ aus den gegebenen Größen. Bestimme durch Messen die übrigen Größen. Kontrolliere die Winkelgrößen mit Hilfe des Winkelsummensatzes.

- (a) $a = 5$ cm, $b = 4$ cm, $\gamma = 67^\circ$
- (b) $c = 9$ cm, $a = 6$ cm, $\gamma = 53^\circ$
- (c) $a = 4,5$ cm, $\beta = 57^\circ$, $\gamma = 43^\circ$
- (d) $a = 7$ cm, $b = 5$ cm, $c = 4$ cm

Aus welchen der vier Kongruenzsätze folgt, dass alle Lösungsdreiecke mit den gegebenen Größen kongruent zueinander sind? Miss auch die Höhen im Dreieck.

Anregungen zum Öffnen der Aufgabe:

- (a) Angaben weglassen (unterbestimmte Aufgabe)
- (b) ein vorgegebenes Dreieck auf verschiedene Arten konstruieren (überbestimmte Aufgabe)
- (c) In welchen Fällen ist es nicht möglich, ein Dreieck zu konstruieren?

07rr057

4. Gegeben sind die kongruenten Dreiecke $\triangle HUB$ und $\triangle ERT$, genauer gilt

$$\triangle HUB \cong \triangle ERT.$$

- (a) Zeichne eine Überlegungsfigur der beiden Dreiecke, wobei entsprechende Seiten und Winkel in gleichen Farben zu zeichnen sind. Suche zu jeder der folgenden Größen die entsprechende Größe im anderen Dreieck:

$$\overline{HU}, \overline{UB}, \overline{ET}, \sphericalangle BUH, \sphericalangle RET, \sphericalangle ETR, \sphericalangle HUB$$

(b) Welche der folgenden Schreibweisen ist richtig:

$$\triangle BUH \cong \triangle RET, \quad \triangle UHB \cong \triangle RET, \quad \triangle TER \cong \triangle BUH$$

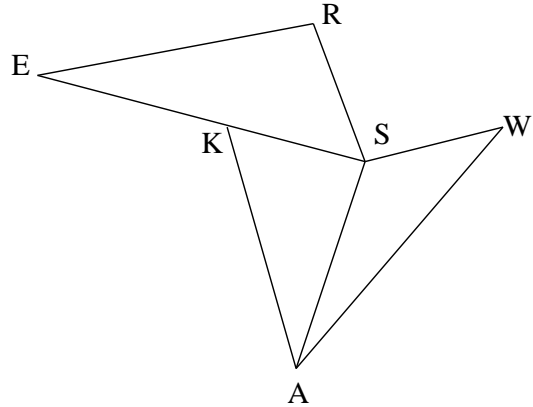
07rr058

5. Nebenstehende Figur ist *nicht* maßstabsgetreu. Es gilt:

$$\triangle KAS \cong \triangle WAS \cong \triangle SER$$

sowie $\overline{KA} = 5 \text{ cm}$, $\overline{ER} = 4 \text{ cm}$ und $\overline{SW} = 3 \text{ cm}$.

Wie lang sind die anderen gezeichneten Strecken? Zeichnung mit farblicher Kennzeichnung entsprechender Größen!



07rr059

6. Von zwei kongruenten Dreiecken $\triangle MPD$ und $\triangle IER$ kennt man die Beziehungen $\overline{MP} = \overline{RE}$ und $\overline{PD} = \overline{EI}$. Fertige eine Skizze der beiden Dreiecke mit farbiger Kennzeichnung entsprechender Strecken und ergänze:

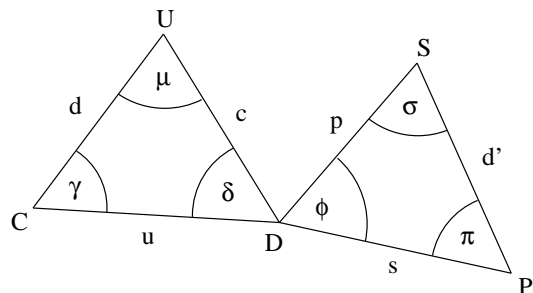
$$\triangle MPD \cong \triangle \square \square \square$$

07rr060

7. Für die Dreiecke $\triangle CDU$ und $\triangle DSP$ gilt:

$$c = s, \quad d = p, \quad \text{und} \quad u = d'$$

Welche Winkel sind gleich? Schreibe die Kongruenz der Dreiecke richtig hin (richtige Reihenfolge der Punkte).

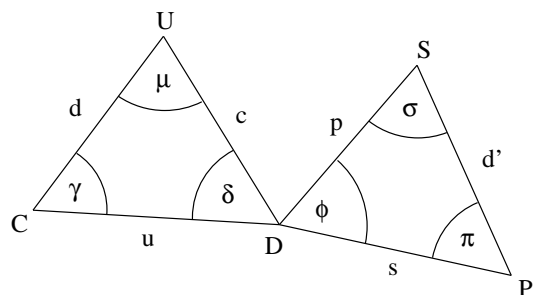


07rr060

8. Für die Dreiecke $\triangle CDU$ und $\triangle DSP$ gilt:

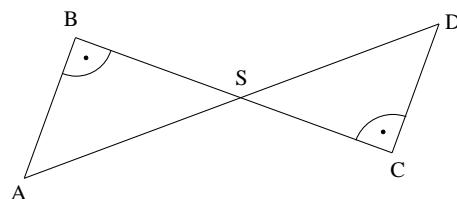
$$c = s, \quad d = p, \quad \text{und} \quad u = d'$$

Welche Winkel sind gleich? Schreibe die Kongruenz der Dreiecke richtig hin (richtige Reihenfolge der Punkte).



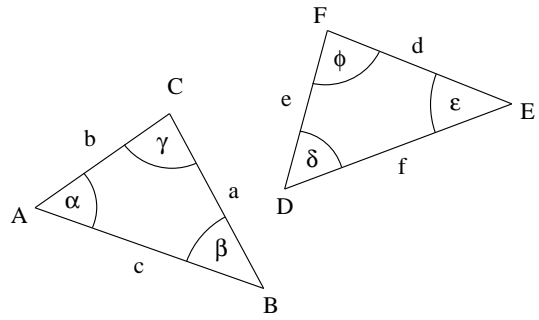
07rr061

9. Welche Strecken und Winkel sind gleich, wenn die beiden Dreiecke kongruent sind? Schreibe die Kongruenz der Dreiecke richtig hin (richtige Reihenfolge der Punkte).



07rr062

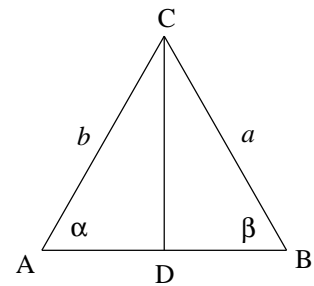
10. Die beiden Dreiecke sind kongruent. Skizziere für jede Teilaufgabe die beiden Dreiecke und markiere entsprechende Größen mit gleicher Farbe. Gib alle einander entsprechenden Seiten, Winkel und Punkte an und schreibe die Kongruenz der Dreiecke richtig hin (richtige Reihenfolge der Punkte).



- (a) $a = d$ und $b = f$ (b) $\alpha = \delta$ und $\gamma = \epsilon$
 (c) $C \hat{=} E$ und $b = d$ (d) $A \hat{=} E$ und $B \hat{=} F$
 (e) $c = e$ und $\beta = \varphi$

07rr063

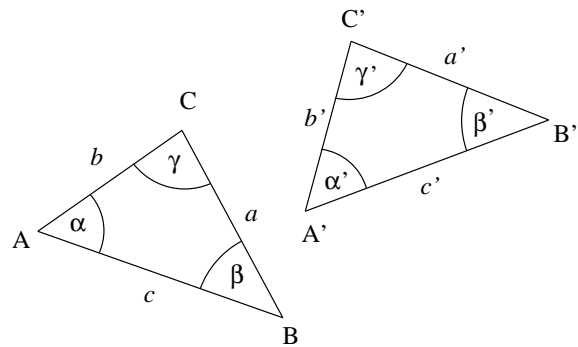
11. Im nebenstehend gezeichneten Dreieck gilt $a = b$ und $\overline{AD} = \overline{DB}$. Die Figur enthält zwei kongruente Dreiecke. Schreibe die Kongruenz dieser Dreiecke richtig hin und begründe genau, warum diese Kongruenz gilt. Welche Beziehung besteht zwischen α und β ? Wie groß sind die Winkel $\sphericalangle CDA$ und $\sphericalangle BDC$?



Fasse die Ergebnisse in einem präzisen mathematischen Satz zusammen.

07rr065

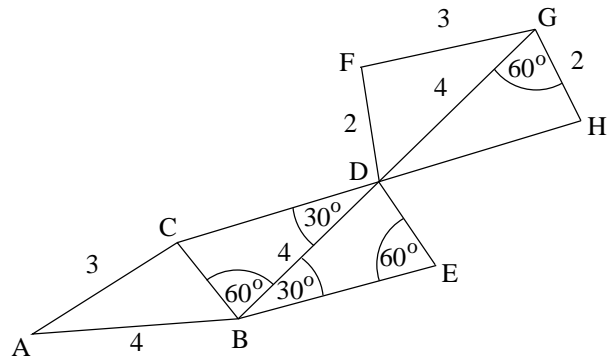
12. Zeichne für jede Teilaufgabe eine Überlegungsfigur mit farbiger Kennzeichnung entsprechender Größen. Entscheide, ob die beiden Dreiecke kongruent sind und schreibe gegebenenfalls die Kongruenz richtig hin (richtige Reihenfolge der Punkte). Gib im Fall der Kongruenz auch den verwendeten Satz an.



- (a) $a = a'$; $b = b'$; $\gamma = \gamma'$ (b) $a = a' = 6 \text{ cm}$; $b = b' = 7 \text{ cm}$; $\alpha = \alpha'$
 (c) $a = b'$; $b = a'$; $\beta = \beta'$ (d) $a = b'$; $b = a'$; $\gamma = \gamma'$
 (e) $b = a'$; $\alpha = \gamma'$; $\gamma = \beta'$ (f) $a = a'$; $\beta = \beta'$; $\gamma = \gamma'$
 (g) $b = a'$; $c = b'$; $\alpha = \gamma'$ (h) $a = c' = 4 \text{ cm}$; $c = a' = 7 \text{ cm}$; $\gamma = \alpha'$
 (i) $b = b'$; $\alpha = \gamma'$; $\gamma = \alpha'$ (k) $c = b'$; $\alpha = \beta'$; $\beta = \gamma'$
 (l) $b = c'$; $a = b'$; $\gamma = \alpha'$ (m) $c = c'$; $b = a'$; $\alpha = \beta'$
 (n) $a = a'$; $\beta = \beta'$; $\gamma = \alpha'$ (o) $a = c'$; $\gamma = \alpha'$; $\beta = \beta'$

07rr066

13. Die nebenstehend gezeichnete Figur ist nicht maßstabsgetreu. Die Punkte C, D und H sowie B, D und G liegen jeweils auf einer Geraden. Welche Dreiecke sind kongruent? Gib eine genaue Begründung deiner Antwort unter Berufung auf die Kongruenzsätze.



07rr067

14. Zeichne die Punkte $A(1|2)$, $B(5|1)$, $C(7|3)$ und $D(3|6)$ in ein Koordinatensystem mit der Einheit 1 cm.
- Konstruiere das Dreieck $\triangle EFG$ mit $e = \overline{BC}$, $f = \overline{CD}$ und $g = \overline{AC}$.
 - Konstruiere das Dreieck $\triangle RST$ mit $r = \overline{AB}$, $t = \overline{AC}$ und $\varrho = \sphericalangle SRT = \sphericalangle BDC$.
 - Konstruiere das Dreieck $\triangle UVW$ mit $w = \overline{AB}$, $\alpha = \sphericalangle WVU = \sphericalangle BAD$ und $\beta = \sphericalangle VUW = \sphericalangle CBD$.

07rr068

15. Mittenwald (M), Wallgau (W) und Partenkirchen (P) bilden ein Dreieck mit den Seitenlängen $\overline{MP} = 13$ km und $\overline{MW} = 9$ km und dem Winkel $\sphericalangle WMP = 75^\circ$. Bestimme durch eine Konstruktion im Maßstab 1 : 200 000 die Entfernung \overline{WP} .