Gymnasium Pegnitz
Grundwissen Js. 7 — 20. Juli 2007

Aufstellen und interpretieren von Termen (Lösungen)

07cm112

1. (a)

Name	Weite	W-Pkt	K1	K2	K3	K4	K5	H-Pkt	Pkt	Rang
Müller	113m	51,6	17,5	17,0	18,0	17,5	18,5	53	104,6	4
Meier	127m	68,4	18,0	17,5	18,0	18,0	18,0	54	122,4	2
Schluze	131m	73,2	19,0	17,5	19,5	20,0	18,5	57	130,2	1
Huber	118m	57,6	17,5	18,5	18,5	19,0	19,0	56	113,6	3

(b) W: Weitenpunkte; w: gesprungene Weite; n: Normweite; s: Schanzenfaktor
$\Rightarrow W(w) = 60 + s \cdot (w - n)$

07cm113

2. (a) nach vier Stunden: 5cm, nach zehn Stunden: 12,5cm
(b) $t \to t \cdot 1,25cm$
(c) 16 Stunden

07cm110

3. Anzahl der Diagonalen in Abhängigkeit der Eckenzahl:

Ecken	3	4	5	6
Diagonalen	0	2	5	9

Anzahl der zusätzlichen Diagonalen bei der n-ten Ecke: $n - 2$ für $n \geq 4$

Anzahl Diagonalten bei 16-Eck: $14 + 13 + 12 + \cdots 3 + 2 = 104$

07cm071

4. (a) Dir dritte Windung ist um acht Längeneinheiten länger als die zweite Windung.
(b) $T(n) = 6 + (n - 1) \cdot 8 = 8n - 2$

07cm05im018

5. (a) i. $2x$ ii. $x : 2 - 3$ iii. $(x - 3) : 2$ iv. x^2
v. $\frac{1}{x}$ vi. $x - 1$ vii. $3 \cdot \frac{1}{x}$ viii. $\frac{1}{3x}$
(b) i. $3 \cdot n$ ii. $2 \cdot n - 1$ iii. n^2
(c) i. Beide Pakete haben zusammen die Masse 10 kg.
ii. Paket a hat um 10kg mehr Masse als Paket b.
iii. Paket b hat die halbe Masse von Paket a.
(d) (i) Z. B.: Subtrahiert man die Summe zweier Zahlen b und c von einer Zahl erhält man den gleichen Wert, wie wenn die beiden Zahlen nacheinander subtrahiert werden.

06cm111

6. x ist eine beliebige Zahl:

(a)

0,1	2,6	$-0{,}7$
x	0,4	$1{,}6 - x$
$1{,}9 - x$	-1	$1{,}1 + x$

z.B.

$\frac{1}{10}$	2,6	$-\frac{7}{10}$
$-0{,}4$	40%	2
2,3	-1	0,7

(b)

x	$3{,}875 - x$	$-0{,}875$
0,475	0,15	2,375
$2{,}525 - x$	$x - 1{,}025$	1,5

z.B.

$-1{,}2$	5,075	$-\frac{7}{8}$
0,475	15%	$2\frac{3}{8}$
3,725	$-2{,}225$	1,5

(c)

$-0{,}2$	x	1,25
$8{,}25 + x$	0,75	$-7{,}95$
-7	0,3	$7{,}75 + x$

z.B.

$-0{,}2$	$-6{,}05$	$\frac{5}{4}$
2,2	0,75	$-7{,}95$
-7	30%	1,7

07cm090

7. (a)

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Randteile R(n)	1	4	8	12	16	20	24	28	32
Innenteile I(n)	0	0	1	4	9	16	25	36	49

(b) $R(n) = (n-1) \cdot 4$

(c) $I(n) = (n-2)^2$

(d) $R(6) > I(6)$, $R(7) < I(7)$ aus Tabelle oder Graphen

08eh010

8. (a) $u = 23\,\text{cm}$

(b) $A = 25\,\text{cm}^2$

(c) Das Rechteck wird breiter und niedriger.

(d) Z.B. $x = 6$: Das Rechteck entartet zur Strecke.
Oder $x = 7$, dann hätte die Strecke $[AB]$ eine negative Länge.
Hinweis: Manche Schüler/innen sind der Ansicht, dass der Fall $x = 1$ eine richtige Antwort sei, denn ein Quadrat ist eben nach ihrer Ansicht kein Rechteck.

07cm069

9. (a) 39 und 156

(b) 15 und 180

(c) $x + y = 195$ und $x = ny \Rightarrow y = \frac{195}{n+1} \Rightarrow$ lösbar für $n = 2, 4, 12, 14, 38, 64, 194$

$n = 2 \Rightarrow 65$ und 130, $n = 4 \Rightarrow 39$ und 156, $n = 12 \Rightarrow 15$ und 180,
$n = 14 \Rightarrow 13$ und 182, $n = 38 \Rightarrow 5$ und 190, $n = 64 \Rightarrow 3$ und 192,
$n = 194 \Rightarrow 194$ und 1

(d) Problemstellungen, die sich um die Verteilung bestimmter unteilbarer Güter drehen, können eine Beschränkung der Grundmenge notwendig machen.

(e) „Besser" als 195 wären beispielsweise die Zahlen 360 und 720 geeignet, da ihre Primzahlzerlegung deutlich mehr Lösungskombinationen zulässt.

(f) Primzahlen lassen nur eine Lösungskombination zu.

07cm03im013

10. Umkehraufgabe: Gegeben ist ein Graph, wie könnte ein zugehöriges Gefäß aussehen?

Begründungen: Warum/wann tritt ein Knick auf usw. offen

07cm05im018

11. (a) i. $2x$ ii. $x : 2 - 3$ iii. $(x-3) : 2$ iv. x^2
v. $\frac{1}{x}$ vi. $x - 1$ vii. $3 \cdot \frac{1}{x}$ viii. $\frac{1}{3x}$

(b) i. $3 \cdot n$ ii. $2 \cdot n - 1$ iii. n^2

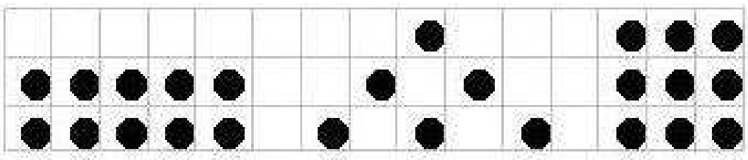
(c) i. Beide Pakete haben zusammen die Masse 10 kg.
ii. Paket a hat um 10kg mehr Masse als Paket b.
iii. Paket b hat die halbe Masse von Paket a.

(d) (i) Z. B.: Subtrahiert man die Summe zweier Zahlen b und c von einer Zahl erhält man den gleichen Wert, wie wenn die beiden Zahlen nacheinander subtrahiert werden.

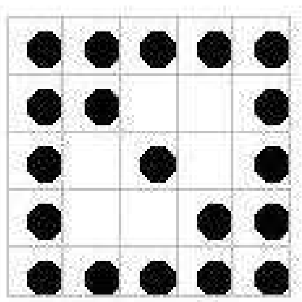
07cm05im004

12. (a) n: Anzahl der Plättchen auf der Grundseite. N: Anzahl der Gesamtplättchen. Dann gilt: $N = 4n - 4 = 4(n-1)$. Für $N = 28$ gilt: $n = 8$. Für $N = 68$ gilt: $n = 18$.

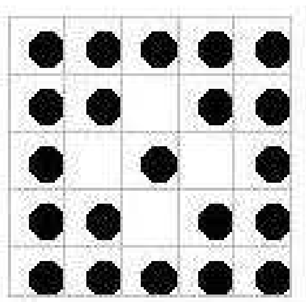
(b) jeweils fortgesetzt...(Dreieck innen leer)



(c) Z. B.



$2n + 3(n-2) = 5n - 6$



$2n + 3(n-2) + n - 3 = 6n - 9$

07cm05im002 13. (a) A: $2l + 4b + 6h + 20\,\text{cm} = 2(l + 2b + 3h) + 20\,\text{cm} = 262\,\text{cm}$
B: $4l + 2b + 6h + 20\,\text{cm} = 2(2l + b + 3h) + 20\,\text{cm} = 282\,\text{cm}$
C: $4l + 4b + 8h + 20\,\text{cm} = 2(2l + 2b + 4h) + 20\,\text{cm} = 356\,\text{cm}$
D: $2l + 2b + 4h + 20\,\text{cm} = 2(l + b + 2h) + 20\,\text{cm} = 188\,\text{cm}$

(b) vgl. (a)

(c) $4l+6b+10h+15\,\text{cm}$: zwei parallele Schnürungen entlang l, drei parallele Schnürungen entlang b, Schleife 15 cm
$3l + 2b + 4h + 10\,\text{cm}$: nicht möglich

07cm05im017 14. $U = a+b+c+d+(a+c)+(d+b) = 2a+2b+2c+2d = 2(a+b+c+d)$ $A = a\cdot(b+d)+c\cdot d = (a+c)\cdot d + a\cdot b = (a+c)\cdot(b+d) - b\cdot c = ab + ad + cd$

07ha006 15. $T(M) = (3\cdot 2 + 2)\cdot M/4 = 2M$

07ha004 16. (a) $\dfrac{c+ab}{3(a-b)}$ (b) $(x+y)^2 - \dfrac{x}{z}$

07cm081 17. (a) i. $T(x) = 13{,}60 + (x-12)\cdot 0{,}11$
ii. Für die sinnvolle Grundmenge $G = \mathbb{N}_0$ ist $D = \{12; 13; 14; \cdots\}$
Z. B. $T(15) = 13{,}93$, $T(62) = 19{,}10$, ...

(b) i. $T(x;y) = 13{,}60 + (x-8)\cdot 0{,}05 + y\cdot 0{,}15$
Z. B. $T(0;50) = 21{,}10$, $T(50;0) = 15{,}70$, $T(25{,}25) = 18{,}20$
ii. Z. B.: Es ist besser beim Anbieter FONO zu telefonieren, wenn für mindestens 12 Nahgespräche die Anzahl der Ferngespräche mehr als $\frac{6x-92}{15}$ (x: Anzahl der Ortsgespräche) ist.

08ma020 18. (b) 6 cm und 3 cm

07rr001 19. (a) Quadratzahlen (b) gerade Zahlen (c) ungerade Zahlen (d) $\mathbb{Q}$
(e) $\mathbb{N}_0$

07rr003 20. (a) $A = xz + \frac{1}{2}(y-x)z = \frac{x+y}{2} \cdot z, \quad A = \frac{3}{2}x^2$

(b) $A = 4 \cdot \frac{1}{2}\left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}a^2, \quad A = 4{,}5\,\mathrm{cm}^2$

(c) $A = a^2 + (2a)^2 + (3a)^2 = 14a^2, \quad A = 87{,}5\,\mathrm{cm}^2$

07rr004 21. (a) $A = (a+b)(c+d) - \frac{1}{2}bc - \frac{1}{2}(a+b-e)(c+d) = \frac{(a+e)(c+d)+bd}{2}$

(b) $A = 36\,\mathrm{cm}^2$

(c) Parallelogramm: $a = e$, $d = 0$ oder wie beim Rechteck
Rechteck: $a = e$, $b = 0$ oder $a + b = e$, $c = 0$
Quadrat: $a = e$, $b = 0$, $c + d = e$ oder $a + b = e$, $c = 0$, $d = e$

(d) Zwei Beispiele, alle Maße in cm: $a = d = e = 10$, $b = c = 0$ oder
$a = 7$, $b = 5$, $c = 4$, $d = 6$ und $e = 10$

(e) Zwei Beispiele: $a = e$, $b = 0$, $c = 0$ und $d = e$ oder $a = e$, $b = e$, $c = e$ und $d = 0$

07rr008 22. (a) Ein halbes Quadrat mit der Seitenlänge n plus n halbe Quadrate mit der Seitenlänge 1:

$$A(n) = \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2} = \frac{n^2+n}{2} = \frac{n(n+1)}{2}$$

(b) $A(10) = 55, \quad A(100) = 5050, \quad A(5000) = 12\,502\,500$

(c) $A(9999) = \frac{9999 \cdot 10000}{2} = 49\,995\,000$

07rr010 23. „Rechteck mit den Seitenlängen $n+1$ und $n+2$ minus zwei kleine Quadrate mit der Fläche 1“

oder

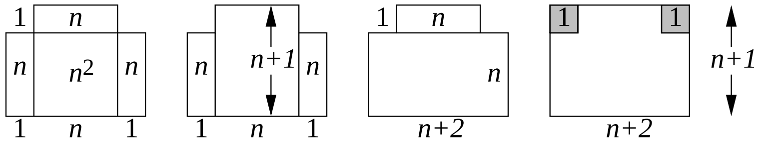
„Rechteck mit den Seitenlängen n und $n+2$ plus Rechteck mit den Seitenlängen n und 1“

oder

„Rechteck mit den Seitenlängen n und $n+1$ plus zwei Rechtecke mit den Seitenlängen n und 1“

oder

„Quadrat mit der Seitenlänge n plus drei Rechtecke mit den Seitenlängen n und 1“



$$A(n) = (n+1)(n+2) - 2 = n(n+2) + n = n(n+1) + 2n = n^2 + 3n$$

$$A(7) = 70, \qquad A(20) = 460, \qquad A(99) = 100 \cdot 101 - 2 = 10098$$

07rr014

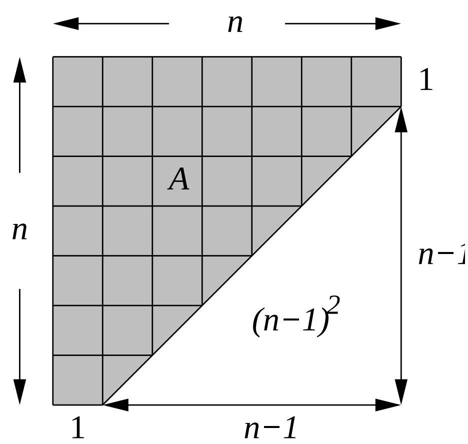
24. „Quadrat mit der Seitenlänge n minus halbes Quadrat mit der Seitenlänge $n-1$."

$$A(n) = n^2 - \frac{1}{2} \cdot (n-1)^2$$

$A(7) = 49 - \dfrac{36}{2} = 31$

$A(30) = 900 - \dfrac{841}{2} = 479{,}5$

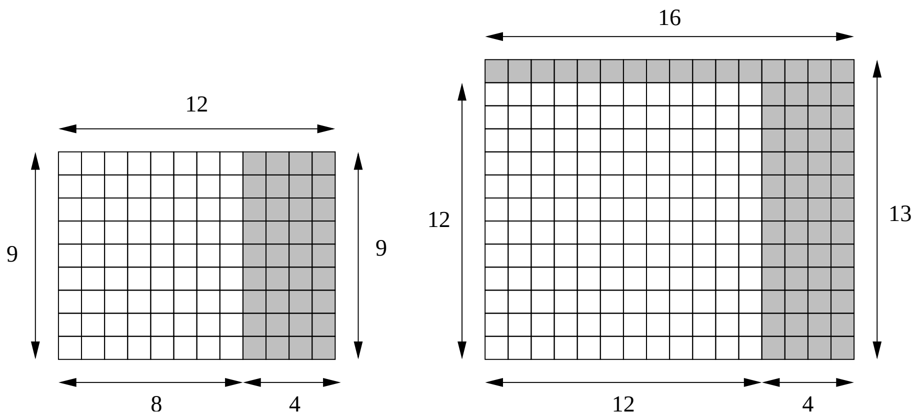
$A(101) = 10201 - \dfrac{10000}{2} = 5201$



07rr019

25. $A(x) = x(x-3) - \dfrac{3}{4}x(x-4) = x^2 - 3x - \dfrac{3}{4}x^2 + 3x = \dfrac{1}{4}x^2$

$A(12) = \dfrac{12^2}{4} = \dfrac{144}{4} = 36, \quad A(16) = \dfrac{16^2}{4} = \dfrac{256}{4} = 64$



Die Figur ist nur für $x \geqq 12$ zeichenbar, da sonst $\frac{3}{4}x > x - 3$ wäre.