Gymnasium Pegnitz
Grundwissen Js. 7 20. Juli 2007

Aufstellen und interpretieren von Termen (Aufgaben)

07cm112

1. **Skispringen**

Bei Skispringern erfolgt die Bewertung durch Haltungsnoten und die Weite des Sprungs.

5 Sprungrichter geben Haltungsnoten von 0 bis 20, dabei können auch halbe Punkte gegeben werden. Die höchste und die niedrigste Punktzahl werden gestrichen. Die Summe der drei verbleibenden Wertungen ergibt die Haltungsnote.

Die Punktzahl für die Weite wird für jede Schanze mithilfe des Schanzenfaktors und der Normweite der Schanze unterschiedlich errechnet. Trifft man die Normweite genau, erhält man 60 Punkte. Jeder mehr gesprungene Meter wir mit dem Schanzenfaktor multipliziert und addiert, für jeden weniger gesprungenen Meter erhält man einen entsprechenden Abzug.

Die Summe von Haltungsnote und Weitenpunkten bestimmt die Rangfolge.

Name	Weite	W-Pkt	K1	K2	K3	K4	K5	H-Pkt	Pkt	Rang
Müller	113m		17,5	17,0	18,0	17,5	18,5			
Meier	127m		18,0	17,5	18,0	18,0	18,0			
Schluze	131m		19,0	17,5	19,5	20,0	18,5			
Huber	118m		17,5	18,5	18,5	19,0	19,0			

(a) Berechne für diese vier Springer für das oben angegebene Beispiel die Haltungsnoten, die Weitenpunkte, die Punktzahl und die Rangfolge. Der Schanzenfaktor beträgt 1,2 und die Normweite 120m.

(b) Entwickle und überprüfe durch Einsetzten eine Formel zur Berechnung der Weitenpunkte.

(c) Automatisiere die Berechnung mit einem Tabellenkalkulationsprogramm.

Quelle: Übungsheft zu den Bildungsstandards Mahtematik Klasse 9-10, Froum Verlag Herkert GmbH, Merching, 2006

07cm113

2. Die Wintersaison im Skigebiet hat begonnen. Auf der Piste gibt es Schneeprobleme. Schon lange liegen die Temperautren ständig unter dem Gefrierpunkt, der für den Wintersport dringend benötigte Schnee lässt auf sich warten. Endlich setzte der Schneefall ein. Es schneit zwei Tage und Nächte nahezu mit der gleichen Intensität. Die Höhe des Schnees wächst stündlich um 1,25cm. Für den Liftbetrieb muss eine Mindesthöhe von 20cm Schnee vorliegen.

(a) Welche Schneehöhe ist nach vier Stunden erreicht, welche nach zehn Stunden?

(b) Gib eine Gleichung für die Zurodnung Zeit → Schneehöhe an und zeichen den Graphen.

(c) Nach welcher Zeitspanne ist die für den Liftbetrieb erforderliche Schneehöhe erreicht?

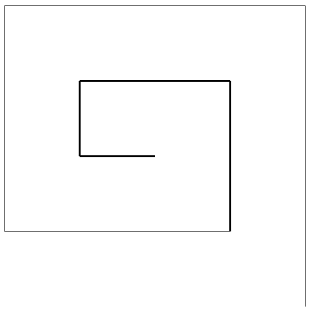
Quelle: Übungsheft zu den Bildungsstandards Mahtematik Klasse 9-10, Froum Verlag Herkert GmbH, Merching, 2006

07cm110

3. Wie viele Diagonalen hat ein 16-Eck?

07cm071

4. Die Skizze zeigt die erste Windung einer ,,Quadrat-Spirale", die innen am Punkt ,,Start" mit einer Strecke der Länge 1 beginnt.



(a) Zeichne eine weitere Windung ein und gib an, um wie viele Längeneinheiten diese dritte Windung länger ist als die zweite Windung.

(b) Ermittle eine Term T(n), der die Länge der n-ten Windung in Abhängigkeit von n angibt.

Quelle: Neue Schwerpunktsetzung in der Aufgabenkultur, ISB 2001

07cm05im018

5. **Wortform von Termen**

(a) Gib einen Term mit einer Variablen an, der zu jeder Zahl, die man für die Variable einsetzt,

i. das Doppelte der Zahl;
ii. die Hälfte der Zahl, vermindert um 3;
iii. die Hälfte der um drei verminderten Zahl;
iv. das Quadrat der Zahl;
v. den Kehrwert der Zahl;
vi. den Vorgänger der Zahl;
vii. das Dreifache des Kehrwerts;
viii. den Kehrwert des Dreifachen der Zahl liefert.

(b) Der Term $2 \cdot n$ für $n \in \mathbb{N}$ beschreibt eine beliebige gerade Zahl. Beschreibe durch einen Term

i. eine beliebige durch 3 teilbare Zahl;
ii. eine beliebige ungerade Zahl;
iii. eine beliebige Quadratzahl.
iv. Finde weitere Beschreibungen und den dazugehörigen Term.

(c) Ein Paket hat die Masse a kg, ein anderes b kg. Was bedeuten die folgenden Aussagen?

i. $a + b = 10$

ii. $a = b + 10$

iii. $b = \frac{1}{2} \cdot a$

(d) Es seien a, b und c natürliche Zahlen, wobei $a > b + c$ ist.

i. Beschreibe die Aussage $a - (b + c) = (a - b) - c$.

ii. Stelle die Aussage mit Hilfe von Strecken dar.

iii. Erfinde eine Geschichte zu dieser Aussage, z.B.: „In einem Reisebus befinden sich a Personen...“.

06cm111 6. In den folgenden Quadraten ist jeweils die Summe der Zahlen in den Zeilen und in den Spalten gleich groß. Vervollständige die folgenden Quadrate:

(a)

$\frac{1}{10}$	2,6	$-\frac{7}{10}$
	40%	

(b)

		$-\frac{7}{8}$
0,475	15%	$2\frac{3}{8}$

(c)

		$\frac{5}{4}$
	0,75	
-7	30%	

07cm090 7. Viele fügen beim Puzzeln zuerst die Randteile zusammen. Bei einem quadratischen 3×3-Puzzle ist man damit bereits mit dem gesamten Puzzle fast fertig, da nur noch das mittlere Teil fehlt.

(a) Stelle eine Tabelle auf, in der du die Anzahl der Randteile und die entsprechende Anzahl der Innenteile quadratischer $n \times n$-Puzzles gegenüberstellst.

(b) Stelle einen Term zur Berechnung der Anzahl der Randteile eines $n \times n$-Puzzles auf. Stelle den Term graphisch dar.

(c) Stelle einen Term zur Berechnung der Anzahl der Innenteile eines $n \times n$-Puzzles auf. Stelle den Term graphisch dar.

(d) Für welche Zahl n bei einem $n \times n$-Puzzle hat man genauso viele Randteile wie Innenteile

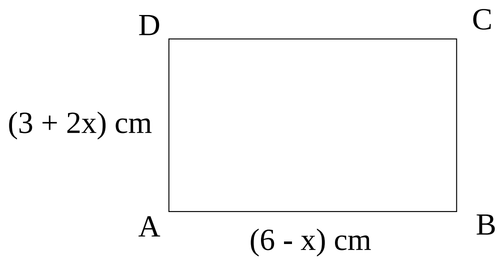
Quelle: Standard Mathematik von der Basis bis zur Spitze, Grundbildungsorientierte Aufgaben für den Mathematikunterricht, Christina Drüke-Noe, Dominik Leiß, Institut für Qualitätsentwicklung, Wiesbaden, 2005

08eh010 8. (a) Berechne den Umfang des Rechtecks $ABCD$ für $x = 2{,}5$.

(b) Berechne den Flächeninhalt des Rechtecks $ABCD$ für $x = 3{,}5$.

(c) Wie ändert sich die Form des Rechtecks, wenn $x \in \mathbb{Q}^+$ immer kleiner wird?

(d) Gib zwei verschiedene Belegungen von x an, so dass es jeweils dafür kein Rechteck gibt. Begründe deine Wahl.



07cm069 9. Die Summe zweier natürlicher Zahlen ist 195. Um welche Zahlen handelt es sich,

(a) wenn die eine viermal so groß ist wie die andere?

(b) wenn die eine 12-mal so groß ist wie die andere?

(c) wenn die eine n-mal, $n \in \mathbb{N}$, so groß ist wie die andere? Für welche n ist die Aufgabe überhaupt lösbar?

(d) Welches Problem könnte in der Realität die Beschränkung der Grundmenge auf die Menge der natürlichen Zahlen notwendig machen?

(e) Anstelle der Zahl 195 wählt man eine andere dreistellige Zahl als Summe, um zu erreichen, dass die Aufgabe für mehr Werte von n lösbar ist. Nenne einige geeignete Zahlen. Erkläre, wie man solche Zahlen findet.

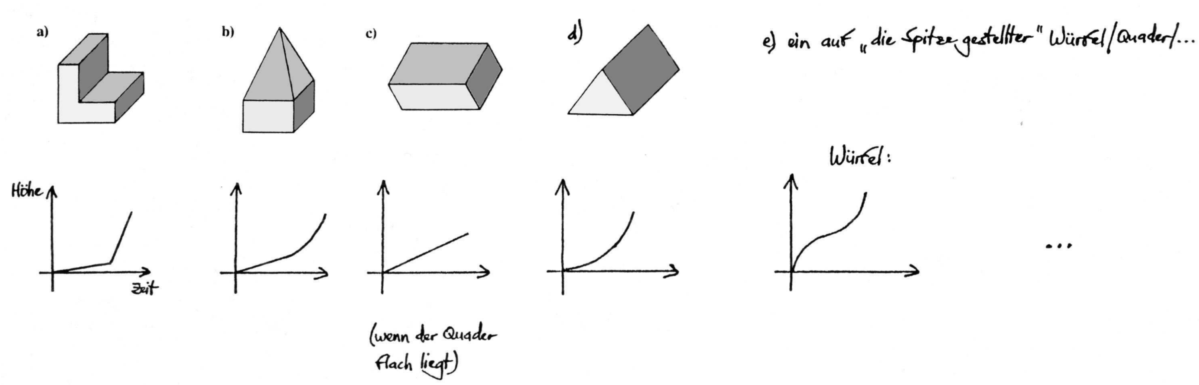
(f) Suche eine dreistellige Zahl, die an der Stelle von 195 für möglichst wenige Werte von n zu Lösungen führt und gib die Anzahl der möglichen n an.

Quelle: Neue Schwerpunktsetzung in der Aufgabenkultur, ISB 2001

07cm03im013

10. **Füll-Graphen**

Gegeben sind folgende Gefäße. Finde jeweils den zugehörigen Graphen, der die Wasserhöhe beim Befüllen des Gefäßes angibt.



Umkehraufgabe: Gegeben ist ein Graph, wie könnte ein zugehöriges Gefäß aussehen?

Begründungen: Warum/wann tritt ein Knick auf usw.

07cm05im018

11. **Wortform von Termen**

(a) Gib einen Term mit einer Variablen an, der zu jeder Zahl, die man für die Variable einsetzt,

i. das Doppelte der Zahl;
ii. die Hälfte der Zahl, vermindert um 3;
iii. die Hälfte der um drei verminderten Zahl;
iv. das Quadrat der Zahl;
v. den Kehrwert der Zahl;
vi. den Vorgänger der Zahl;
vii. das Dreifache des Kehrwerts;
viii. den Kehrwert des Dreifachen der Zahl liefert.

(b) Der Term $2 \cdot n$ für $n \in \mathbb{N}$ beschreibt eine beliebige gerade Zahl. Beschreibe durch einen Term

i. eine beliebige durch 3 teilbare Zahl;
ii. eine beliebige ungerade Zahl;
iii. eine beliebige Quadratzahl.
iv. Finde weitere Beschreibungen und den dazugehörigen Term.

(c) Ein Paket hat die Masse a kg, ein anderes b kg. Was bedeuten die folgenden Aussagen?

i. $a + b = 10$
ii. $a = b + 10$
iii. $b = \frac{1}{2} \cdot a$

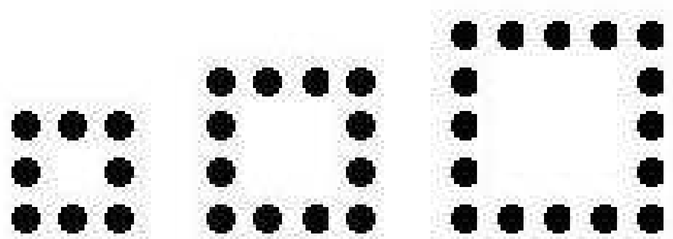
(d) Es seien a, b und c natürliche Zahlen, wobei $a > b + c$ ist.

i. Beschreibe die Aussage $a - (b + c) = (a - b) - c$.
ii. Stelle die Aussage mit Hilfe von Strecken dar.
iii. Erfinde eine Geschichte zu dieser Aussage, z.B.: „In einem Reisebus befinden sich a Personen...“.

07cm05im004

12. **Plättchenmuster**

(a) Schau dir die folgende Reihe aus regelmäßig wachsenden Plättchenmustern genau an und versuche, sie fortzusetzen. Wie viele Plättchen sind in einer Grundseite, wenn die gesamte Figur aus 28 (68) Plättchen besteht?



(b) Gegeben sind die Terme $2 \cdot n$, $3 \cdot n - 3$, $n \cdot n$, wobei n für irgendeine natürliche Zahl steht. Lege Figuren, bei denen sich die Gesamtzahl der Plättchen durch den vorgegebenen Term bestimmen lässt.

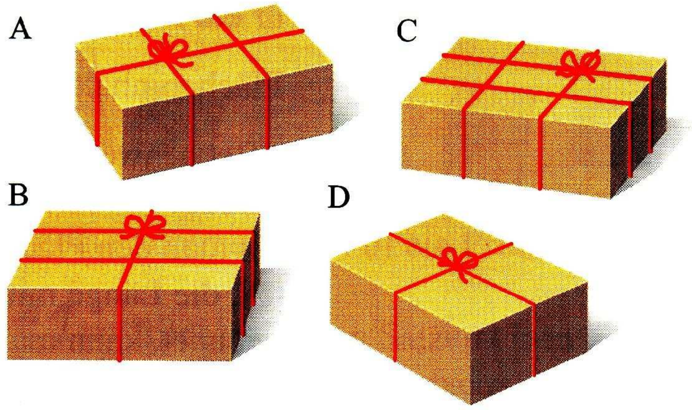
(c) Denkt euch andere Muster aus, bei denen ihr die Gesamtzahl der Plättchen gut mit einem Rechenausdruck bestimmen könnt. Notiert den Rechenausdruck und lasst die Nachbargruppe das Muster dazu raten.

Quelle: Sinus-Transfer

07cm05im002

13. **Immer wieder gleiche Seiten und Flächen**

(a) Ein Paket hat die Länge $l = 35$ cm, die Breite $b = 25$ cm und die Höhe $h = 12$ cm. Je nach Gewicht des Inhaltes soll es unterschiedlich verschnürt werden. Schätzt, für welches Paket ihr am meisten Schnur benötigt. Gebt noch 20 cm (insgesamt) für die Knoten hinzu und berechnet die jeweils benötigte Schnurlänge. Versucht, einen Schuhkarton wie in der Grafik dargestellt zu schnüren, die Kordel soll nirgends doppelt verlaufen.



(b) Gebt die Schnurlängen auch allgemein für solche Pakete mit der Länge l, der Breite b und der Höhe h an.

(c) Wie sieht eine Paket-Schnürung aus zu $4l + 6b + 10h + 15\,\text{cm}$ bzw. zu $3l + 2b + 4h + 10\,\text{cm}$?

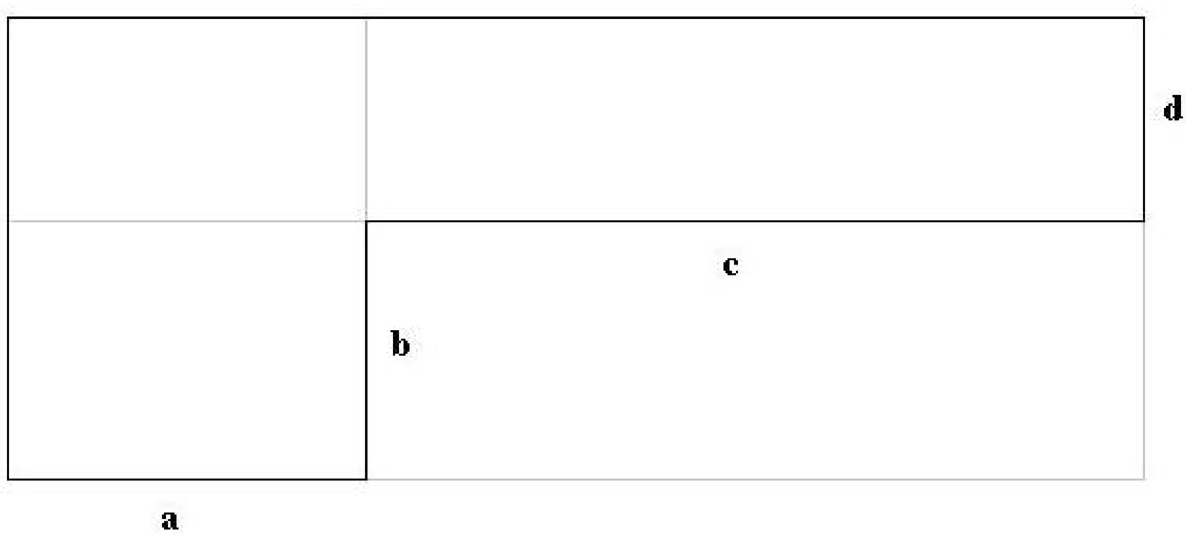
(d) Überlege dir weitere Terme und lass deinen Nachbarn die Pakete aufzeichnen.

Quelle: Sinus-Transfer

7cm05im017

14. Aufstellen von Formeln für Umfang und Flächeninhalt

Stelle eine Formel für den Umfang und eine Formel für den Flächeninhalt der folgenden Figur auf:



Quelle: Sinus-Transfer

07ha006 15. Die Fußballmannschaft Champions trainiert an drei Werktagen in der Woche jeweils von 18 bis 20 Uhr. Jeden Sonntag findet ein Spiel statt, das genau 2 Stunden dauert. Die Mannschaftsmitglieder, die gerade nicht auf dem Spielfeld sind, trainieren unterdessen. Jeder Spieler trägt ein Paar Socken, die nach vier Stunden Spiel oder Training durchgelaufen sind.

Stelle einen Term $T(M)$ für die Anzahl der durchgelaufenen Sockenpaare pro Woche auf, wenn die Mannschaft Champions aus M Mannschaftsmitgliedern besteht!

07ha004 16. Bilde den Term zu folgenden Gliederungen:

(a) T ist ein Bruch; der Zähler ist die Summe aus c und dem Produkt aus a und b, der Nenner ist die dreifache Differenz aus a und b.

(b) T ist eine Differenz; der Minuend ist das Quadrat der Summe aus x und y, der Subtrahend ist der Quotient aus x und z.

07cm081 17. (a) Die monatlichen Telefongebüren berechnen sich beim Anbieter FONO aus der Grundgebühr und der Anzahl der Gespräche, wobei 12 Gespräche frei sind:

Grundgebühr:	13,60 €
1 Gespräch kostet:	0,11 €

i. Stelle einen Term für die Berechnung der monatlichen Telefongebühren auf.

ii. Bestimme die Definitionsmenge und berechne einige Werte des Terms.

(b) Die monatlichen Telefongebüren berechnen sich beim Konkurrenten von FONO aus der Grundgebühr und der Anzahl der Nah- und Ferngespräche, wobei 8 Nahgespräche frei sind:

Grundgebühr:	13,60 €
1 Nahgespräch kostet:	0,05 €
1 Ferngespräch kostet:	0,15 €

i. Stelle einen Term für die Berechnung der monatlichen Telefongebüren auf. Berechne einige Werte des Terms.

ii. Wann ist es besser beim Anbieter Fono bzw. dem Konkurrenten zu telefonieren?

(c) i. Finde die Telefongebühren verschiedener Anbieter heraus und stelle jeweils einen Term zur Berechnung der monatlichen Gebühren auf.

ii. Untersuche wie man am günstigsten telefoniert.

08ma020 18. (a) Was versteht man in Zusammenhang mit Flächenbestimmungen unter dem Prinzip der Zerlegungsgleichheit? Erläutere dies anhand eines skizzierten Beispiels.

(b) Ein Trapez der Höhe $h = 5\,\text{cm}$ besitzt eine Fläche von $45\,\text{cm}^2$. Berechne die beiden Grundlinien, wenn eine von ihnen doppelt so lange wie die andere ist.

07rr001 19. Welche Mengen werden durch folgende Terme mit den jeweiligen Grundmengen beschrieben?

(a) $T(x) = x^2, \quad G_T = \mathbb{N}$

(b) $g(n) = 2n, \quad G_g = \mathbb{N}$

(c) $u(n) = 2n - 1, \quad G_u = \mathbb{N}$

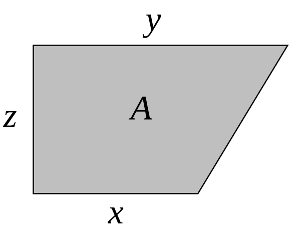
(d) $B(a,b) = \dfrac{a}{b}, \quad a \in G_a = \mathbb{Z}, \quad b \in G_b = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$

(e) $n(y) = \dfrac{x^2 - 1}{x + 1}, \quad G_n = \mathbb{N}$

07rr003

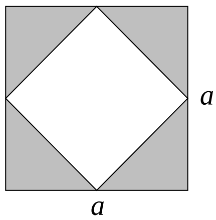
20. Stelle einen Term zur Berechnung der getönten Fläche A auf, der die aus der Zeichnung ersichtlichen Variablen enthält. Setze dann die angegebenen Werte für die Variablen ein.

(a)



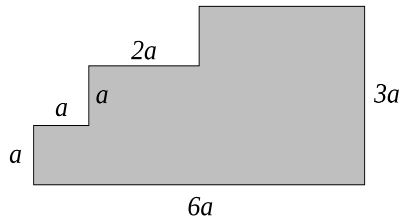
$z = x$, $y = 2x$

(b)



$a = 3\,\text{cm}$

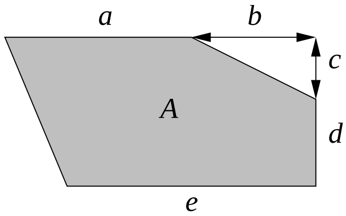
(c)



$a = 2{,}5\,\text{cm}$

07rr004

21. (a) Stelle einen Term zur Berechnung der getönten Fläche A auf, der die aus der Zeichnung ersichtlichen Variablen enthält.



(b) Berechne A dann für $a = 5\,\text{cm}$, $b = 4\,\text{cm}$, $c = 2\,\text{cm}$, $d = 3\,\text{cm}$ und $e = 7\,\text{cm}$.

(c) Welche Bedingungen müssen zwischen den Variablen a, b, c, d und e bestehen, damit die Figur ein Parallelogramm, ein Rechteck oder gar ein Quadrat ist?

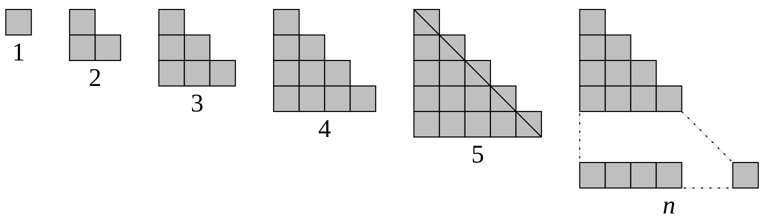
(d) Suche mindestens zwei verschiedene Ersetzungen für die Variablen a, b, c, d und e, für die $A = 100\,\text{cm}^2$ ist und zeichne die Figuren im Maßstab $1:2$.

(e) Suche mindestens zwei verschiedene Ersetzungen für die Variablen a, b, c und d, für die $A = e^2$ ist und skizziere die entsprechenden Figuren.

07rr008

22. Die Flächen der folgenden Figuren sind

$$A(1) = 1, \quad A(2) = 1 + 2 = 3, \quad A(3) = 1 + 2 + 3 = 6 \quad \text{usw.}$$



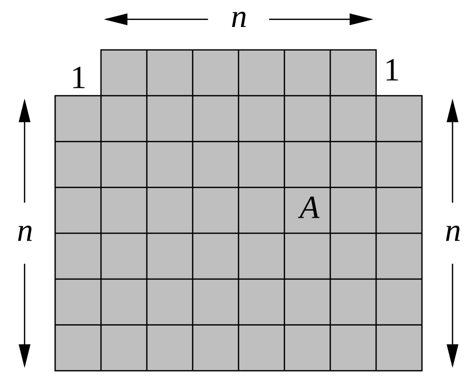
(a) Suche mit Hilfe geometrischer Überlegungen einen Term zur Berechnung von $A(n)$.

(b) Berechne $A(10)$, $A(100)$ und $A(5000)$.

(c) Berechne die Sume $1 + 2 + 3 + 4 + ... + 9999$.

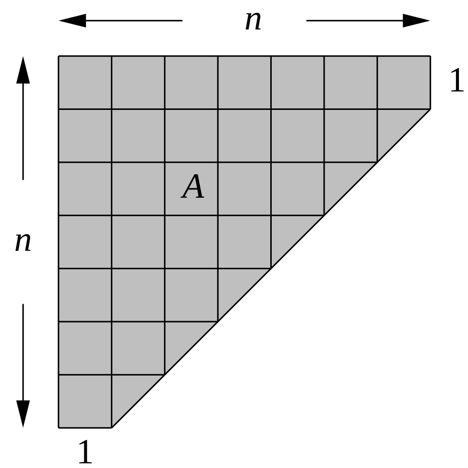
07rr010

23. Nebenstehende Abbildung zeigt die zu untersuchende Figur für $n = 6$. Stelle einen Term $A(n)$ für die Fläche der Figur auf. Erläutere in einem Satz und durch eine ausführlich beschriftete Zeichnung, wie dieser Term zustande kommt.
Berechne $A(7)$, $A(20)$ und $A(99)$.



07rr014

24. Nebenstehende Abbildung zeigt die zu untersuchende Figur für $n = 7$. Stelle einen Term $A(n)$ für die Fläche der Figur auf. Erläutere in einem Satz und durch eine ausführlich beschriftete Zeichnung, wie dieser Term zustande kommt.
Berechne $A(7)$, $A(30)$ und $A(101)$.



07rr019

25. Stelle den Term $A(x)$ für die schraffierte Fläche in nebenstehender Figur auf und vereinfache ihn so weit wie möglich.
Berechne $A(12)$ und $A(16)$.
Zeichne die Figur einmal für $x = 12$ und einmal für $x = 16$ (Einheit: ein Kästchen). Für welche $x \in \mathbb{Q}$ kann die Figur in der angegebenen Weise gezeichnet werden? Begründe deine Antwort.