Gymnasium Pegnitz
Grundwissen JS 5 — 17. Juni 2007

Zählprinzip und Baumdiagramm (Aufgaben)

1. **„Nur einmal zweimal" - Ein Würfelspiel für 2 oder mehr Spieler**

   Jeder Spieler würfelt so lange, bis eine Zahl zum zweiten Mal erscheint, z. B. 1 - 3 - 4 - 3. Er erhält dann soviele Punkte, wie er zusammen gewürfelt hat, in diesem Beispiel 11 Punkte.

   Spielt das Spiel so oft, bis jeder Mitspieler zehnmal an der Reihe war und schreibt euch alle Spielverläufe auf.

   (a) Welche Punktzahl ist am häufigsten vorgekommen?
   (b) Was war die größte und was die kleinste Punktzahl, die vorgekommen ist?
   (c) Wie viele Punkte habt ihr im Durchschnitt pro Spiel bekommen?
   (d) Warum kann ein Spieler nie 3 Punkte bekommen?
   (e) Was ist die größte Punktzahl, die man in einem Spiel bekommen kann?
   (f) Wie viele verschiedene Spielverläufe gibt es, bei denen ein Spieler 5 Punkte bekommt?

   aus: Stochastik in der Realschule - Fortbildungsmaterialien, Prof. Dr. Timo Leuders, Pädagogische Hochschule Freiburg

2. (a) Bei wie vielen zweistelligen Quadratzahlen ist die Einerziffer ungerade?
   (b) Wie viele Diagonalen hat jedes regelmäßige Sechseck?

   Quelle: Mathe-Bingo, Grundlagen der Stochastik, Das Mathe-Spiel für Schule und Zuhause, Ulrike Schätz, C. C. Buchners Verlag, Bamberg 2005

3. **Handy-PINs**

   (a) Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es für eine vierstellige Handy-PIN?
   (b) Wie viele verschiedene PINs lassen sich aus den Ziffern 2, 3, 4 und 5 bilden, wenn jede der Ziffern auch mehr als einmal vorkommen darf?
   (c) Manuelas Handy-PIN ist gerade und hat die Ziffern 1, 3, 4, und 5. Wie könnte ihre PIN lauten? Gib alle Möglichkeiten an.
   (d) Der Produktwert der Ziffern von Stefans Handy-PIN ist 21. Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es für Stefans PIN? Gib sie alle an.
   (e) Beas und Kais Handy-PINs sind verschieden, bestehen aber aus den gleichen Ziffern 5, 7, 3 und 9. Um mindestens wie viel unterscheiden sie sich?
   (f) Die Tausenderziffer von Leos Handy-PIN ist 8, die Zehnerziffer 7; die Einerziffer ist dreimal so groß wie die Hunderterziffer. Wie könnte Leos PIN lauten? Gib alle Möglichkeiten an.

Quelle: Mathe-Bingo, Grundlagen der Stochastik, Das Mathe-Spiel für Schule und Zuhause, Ulrike Schätz, C. C. Buchners Verlag, Bamberg 2005

4. Wie viele verschiedene Blumentöpfe sind nötig, damit du sie an jedem Tag eines Jahres in einer anderen Reihenfolge nebeneinander aufstellen kannst?

   Quelle: Mathe-Bingo, Grundlagen der Stochastik, Das Mathe-Spiel für Schule und Zuhause, Ulrike Schätz, C. C. Buchners Verlag, Bamberg 2005

5. Lucas würfelt dreimal und schreibt die Augenzahlen nebeneinander. Wie viele verschiedene

   (a) dreistellige Zahlen sind dabei möglich?

   (b) gerade dreistellige Zahlen sind dabei möglich?

   (c) dreistellige Quadratzahlen sind dabei möglich?

   Quelle: Mathe-Bingo, Grundlagen der Stochastik, Das Mathe-Spiel für Schule und Zuhause, Ulrike Schätz, C. C. Buchners Verlag, Bamberg 2005

6. **Für Modebewusste/Wechselwähler**

   In einer Schublade liegen 25 rote und 25 schwarze Socken. Wie viele Socken muss man ,,blind" mindestens entnehmern, um sicher zu sein, mindestens zwei gleichfarbige Socken in der Hand zu haben? Wie viele muss man nehmen, wenn man unbedingt zwei rote Socken haben will?

   Quelle: G. M. Ziegler, FOCUS 23/2006

7. Wenn die Bundesliega auf 20 Mannschaften vergrößert werden soll, wie viele Spiele finden dann in jeder Saison statt?

   Quelle: G. M. Ziegler, FOCUS 23/2006

8. In einer Gummibärentüte sind 27 gelbe, 18 weiße, 33 grüne und 25 rote Bärchen. Die ,,Naschkatze" Lisa lässt sich gerne überraschen und nimmt daher blind immer ein Bärchen aus der Tüte.

   (a) Wie oft muss sie in die Tüte greifen, um sicher einen grünen Bären zu erhalten?

   (b) Wie viele Gummibären muss sie im Höchstfall herausnehmen, damit sie von jeder Farbe mindestens ein Bärchen bekommt?

   (c) Nach wie vielen Ziehungen hat sie sicher mindestens 3 Bären einer Farbe?

Quelle: Fürther Mathematik Olympiade, 2. Runde, 2003/2004

9. Wie viele Möglichkeiten gibt es, das Produkt $111 \cdot 222 \cdot 333 \cdot 444$ hinzuschreiben? Den Produktwert selbst sollst du nicht ausrechnen.

10. Gib alle dreistelligen Zahlen an, die man aus den Ziffern

    (a) 7, 8 und 9 bilden kann.

    (b) 7, 8 und 9 bilden kann, wenn jede Ziffer nur einmal auftreten darf.

    (c) 8, 9 und 0 bilden kann.

    (d) 8, 9 und 0 bilden kann, wenn jede Ziffer nur einmal auftreten darf.

    Literatur: PM 1/44, Jg. 2002

11. Chris will alle fünfstelligen Zahlen addieren, die jede der Ziffern 1, 3, 5, 7, und 9 genau einmal enthalten. Wie viele solcher Summanden gibt es und welchen Wert hat die Summe?

    Quelle: Fürther Mathematik Olympiade, 1. Runde, 2002/2003

12. Anja schreibt verdeckt eine dreistellige Zahl, in der nur die Ziffern 1 und 2 vorkommen. Wie viele Zahlen muss Iris auf jeden Fall aufschreiben, damit mit Sicherheit eine Zahl dabei ist,

    (a) die mit Anjas Zahl übereinstimmt?

    (b) die an mindestens einer Stelle mit Anjas Zahl übereinstimmt?

    (c) die an mindestens zwei Stellen mit Anjas Zahl übereinstimmt?

    Quelle: Fürther Mathematik Olympiade, 1. Runde, 2002/2003

13. Auf wie viele Arten kann man einen 50-Euro-Schein in andere Euro-Scheine wechseln?

14. (a) Wie viele verschiedene dreistellige Zahlen lassen sich aus den Ziffern 3, 5 und 7 bilden?

    (b) Wie viele verschiedene dreistellige Zahlen mit zwei Ziffern 5 bzw. mit einer Ziffer 5 gibt es?

15. Zum Ausklang von Judits Geburtstagsfeier wird Eis angeboten. Es gibt fünf Sorten: Erdbeere, Himbeere, Schokolade, Vanille, Zitrone

    (a) Jedes Kind darf sich drei Klugeln unterschiedlicher Sorten aussuchen. Wie viele Kombinationen sind möglich?

    (b) Wie vielen Zusammenstellungen gibt es, wenn die drei Kugeln auch von derselben Sorte sein dürfen?

16. (a) Wie viele verschiedene Worte lassen sich aus den Buchstaben der Wörter IDA bzw. MATHE bilden?

    (b) Wie viele verschiedene Produkte lassen sich aus den Primfaktoren 5, 7 und 11 bilden, wenn jeder Faktor höchstens einmal vorkommen darf? Berechne die Differenz des kleinsten und des größten dieser Produkte.

    (c) Wie viele verschiedene Produkte lassen sich aus den Primfaktoren der Zahl 425 bilden, wenn jeder Faktor höchstens so oft auftreten darf, wie in der Zerlegung der Zahl 425?

    (d) Wie viele Zahlen lassen sich als Summe oder Differenz aus den Primfaktoren der Zahl 114 bilden.

17. **Passwörter**

    (a) Das Alphabet hat 26 Buchstaben. Wie viele verschiedene Wörter (auch sinnlose) gibt es mit zwei Buchstaben?

    (b) Wie viele verschiedene Wörter gibt es mit drei Buchstaben?

    (c) Verwende die Ergebnisse aus (a) und (b) um zu berechnen, wie viele verschiedene Wörter es mit acht Buchstaben gibt.

    (d) Für Computerpasswörter kann man Großbuchstaben, Kleinbuchstaben, die Ziffern und noch acht Sonderzeichen (!?;: + <> #) verwenden. Wie viele Passwörter mit zwei Zeichen gibt es? Wie viele sind es mit drei, wie viele mit acht Zeichen?

18. Wie viele verschiedene Buchstabenfolgen kann man aus dem Wort FREITAG bilden?

19. Die elf Mädchen der Klasse 5a lassen sich fotografieren.

    (a) Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es für die jungen Damen, sich nebeneinander aufzustellen?

    (b) Wie viele verschieden Aufstellungen gibt es, wenn zusätzlich noch die beiden Klassensprecher mit auf das Bild sollen? Wie viele Tage dauert es, alle Aufstellungen auszuprobieren, wenn man für jede Anordnung eine Minute benötigt? Wie viele Jahre sind das ungefähr?

20. Scrabble ist ein Spiel, bei dem mit Spielsteinen, auf die je ein Buchstabe aufgedruckt ist, Wörter gelegt werden. Wie viele verschiedene Wörter, auch unsinnige, können mit folgenden Steinen gelegt werden (kein Stein darf übrig bleiben):

    (a) $\boxed{\textbf{A}}\ \boxed{\textbf{E}}\ \boxed{\textbf{R}}\ \boxed{\textbf{T}}$
    (b) $\boxed{\textbf{A}}\ \boxed{\textbf{B}}\ \boxed{\textbf{D}}\ \boxed{\textbf{E}}\ \boxed{\textbf{N}}\ \boxed{\textbf{S}}$
    (c) $\boxed{\textbf{A}}\ \boxed{\textbf{A}}\ \boxed{\textbf{R}}\ \boxed{\textbf{T}}$
    (d) $\boxed{\textbf{A}}\ \boxed{\textbf{A}}\ \boxed{\textbf{T}}\ \boxed{\textbf{T}}\ \boxed{\textbf{T}}$

21. Es stehen zehn Spielsteine zur Verfügung, die mit den Ziffern von 0 bis 9 bedruckt sind:

$$\boxed{\textbf{0}}\ \boxed{\textbf{1}}\ \boxed{\textbf{2}}\ \boxed{\textbf{3}}\ \boxed{\textbf{4}}\ \boxed{\textbf{5}}\ \boxed{\textbf{6}}\ \boxed{\textbf{7}}\ \boxed{\textbf{8}}\ \boxed{\textbf{9}}$$

    (a) Wie viele verschiedene zweistellige Zahlen kann man mit den Steinen legen?
    (b) Berechne auch, wie viele dreistellige, vierstellige, fünfstellige, sechsstellige, siebenstellige, achtstellige, neunstellige und zehnstellige Zahlen man mit den Spielsteinen legen kann.