

## Grundwissen JS 7 Algebra

### Terme

- 1.(a) Was versteht man unter einem Term. Beispiele.  
(b) Erkläre die Begriffe Grundmenge, Termwert und Termart.

#### Lösung

- (a) Ein Term ist ein sinnvoller mathematischer Ausdruck, der Zahlen, Klammern, Rechenzeichen und Variablen enthält.  
Z.B.  $T(x) = x^2 + 1$ .
- (b) • Die Grundmenge  $G$  ist die Menge der Zahlen, die man für die Variable einsetzen darf.  
• Einen Termwert erhält man, wenn man für die Variable einen bestimmten Wert einsetzt. So ist im obigen Beispiel der Termwert zu  $x = \frac{1}{2}$  gleich 1,25, denn  
 $T(\frac{1}{2}) = (\frac{1}{2})^2 + 1 = 1,25$ .
- Die Termart (Summe, Differenz, Produkt, Quotient, Potenz) wird durch das Rechenzeichen festgelegt, das als letztes abgearbeitet wird.
- Summe:  $x^2 - 3x + 1$       Differenz:  $(x + 1)^2 - 1$   
Produkt:  $3(x - 3)$       Quotient:  $\frac{x+1}{x-1}$   
Potenz:  $(x + 1)^2$

2. Erkläre, wie man ein Produkt  
(a) mit einer Zahl multipliziert.  
(b) durch eine Zahl dividiert.

#### Lösung

- (a) Man darf nur einen Faktor mit der Zahl multiplizieren.  
Z.B. ist  $(3 \cdot x) \cdot 2x = 3 \cdot x \cdot 2x = 6 \cdot x^2$
- (b) Man darf nur einen Faktor durch die Zahl dividieren.  
Z.B. ist  $(12 \cdot 3x) : 4 = 3 \cdot 3x$

3. Erkläre am Beispiel die Formen, in denen das Distributivgesetz auftreten kann.

#### Lösung

• Multiplikation

- Der erste Faktor ist der Summand:  $(3 + x) \cdot 3 = 9 + 3x$
- Der zweite Faktor ist der Summand:  $\frac{1}{2}x(2 - x) = x - \frac{1}{2}x^2$

• Division

- In Bruchdarstellung mit einfachem Nenner:  
 $\frac{3+x}{3} = \frac{3}{3} + \frac{x}{3} = 1 + \frac{1}{3}x$
- Als Quotient mit einfachem Divisor:  
 $(9 + 6x) : 3 = 9 : 3 + 6x : 3 = 3 + 2x$

Beachte:  $2 : (x + 3) \neq 2 : x + 2 : 3$

4. Erkläre an einem Beispiel, bei dem man auch die Minusklammerregel verwenden muss, wie man zwei Klammern ausmultipliziert.

Lösung Jeder Summand der ersten Klammer muss mit jedem Summanden (Vorzeichen beachten!) der zweiten Klammer multipliziert werden. Die Ergebnisse werden dann addiert.

$$\begin{aligned}3 - (x - 2)(3 + 2x) &= \\3 - (3x - 6 + 2x^2 - 4x) &= \\3 - (2x^2 - x - 6) &= \\3 - 2x^2 + x + 6 &= \\-2x^2 + x + 9 &= \end{aligned}$$

5. In welcher Reihenfolge musst du beim Vereinfachen von größeren Termen vorgehen? Beispiel!

Lösung

- (1) Zuerst Produkte zusammenfassen, dann
- (2) gleichartige Summanden zusammenfassen, anschließend
- (3) Klammern auflösen und zwar von innen nach außen, dabei die Minusklammerregel beachten. Dann
- (4) wieder Produkte und Summanden zusammenfassen, Klammern auflösen usw.

Beispiel:

$$\begin{aligned}x \cdot \frac{x}{4} + 2x - \frac{1}{2}x(2 - x) + 3x^2 : 4 &\stackrel{(1)}{=} \\ \frac{1}{4}x^2 + 2x - \frac{1}{2}x(2 - x) + \frac{3}{4}x^2 &\stackrel{(2)}{=} \\ x^2 + 2x - \frac{1}{2}x(2 - x) &\stackrel{(3)}{=} x^2 + 2x - x + \frac{1}{2}x^2 \stackrel{(2)}{=} \\ \frac{3}{2}x^2 + x &= \end{aligned}$$

## Gleichungen

6. Gib jeweils eine Gleichung mit folgender Eigenschaft an.

- (a)  $\mathbb{L} \neq \{\}$  über der Grundmenge  $\mathbb{Q}$  aber  $\mathbb{L} = \{\}$  über  $\mathbb{N}$
- (b)  $\mathbb{L} = \{\}$  über  $\mathbb{Q}$
- (c)  $\mathbb{L} = \mathbb{Q}$

### Lösung

- (a)  $2 - 3x = 4$
- (b)  $2x + 2 = 2x - 1$
- (c)  $2x + 2 = x + x + 2$

7. In welcher Reihenfolge geht man beim Lösen von Gleichungen vor?

### Lösung

- (1) Die Terme auf der linken und rechten Seite des Gleichheitszeichens möglichst weit vereinfachen,
- (2) Äquivalenzumformungen für Gleichungen durchführen, d.h. Rechenbefehle verwenden.
- (3) Die Lösungsmenge angeben.
- (4) Zur Sicherheit eine Probe durchführen.

$$\begin{aligned}(3-x)(2-x) &= 1-x(2-x) && \text{Termvereinfachung} \\ 6-5x+x^2 &= 1-2x+x^2 && | -x^2 \\ 6-5x &= 1-2x && | +5x-1 \\ 5 &= 3x && | :3 \\ x &= \frac{5}{3} \\ \mathbb{L} &= \left\{1\frac{2}{3}\right\}\end{aligned}$$

Probe:

$$\text{l.S.: } (3 - 1\frac{2}{3}) \cdot (2 - 1\frac{2}{3}) = 1\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{9}$$

$$\text{r.S.: } 1 - \frac{5}{3}(2 - \frac{5}{3}) = 1 - \frac{5}{3} \cdot \frac{1}{3} = 1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9} \quad \checkmark$$

## Mathematik im Alltag

8. Erkläre, wie man den Mittelwert einer Stichprobe berechnet.

Lösung Man dividiert die Summe aller Einzelwert durch die Anzahl der Einzelwerte.

Beispiel:

Note	1	2	3	4	5	6
Anzahl	2	5	10	8	5	0

$$m = (2 \cdot 1 + 5 \cdot 2 + 10 \cdot 3 + 8 \cdot 4 + 5 \cdot 5) : 30 = 99 : 30 = 3,3$$

9. Erkläre am Beispiel was man unter einer Vierfeldertafel versteht.

Lösung In einer Vierfeldertafel kann man zwei unterschiedliche Merkmale innerhalb einer Stichprobe übersichtlich darstellen.

Beispiel:

	Jungen	Mädchen	Summe
hat Geschwister	6 (20%)	12 (40%)	18 (60%)
hat keine Geschwister	4 ( $\frac{2}{15}$ )	8 ( $\frac{4}{15}$ )	12 (40%)
Summe	10 ( $\frac{1}{3}$ )	20 ( $\frac{2}{3}$ )	30 (100%)

10. Erkläre an einem Beispiel die Begriffe Prozentwert, Prozentsatz und Grundwert und gib die blichen dazugehörigen Formelbuchstaben an.

Lösung

Z.B. gilt 20% von 50 sind 10.

- 20%: Prozentsatz  $p\%$
- 50: Grundwert  $G$
- 10: Prozentwert  $P$

11. Wie lauten die Formeln zur Berechnung des

- (a) Prozentwertes  $P$  aus dem Grundwert  $G$  und dem Prozentsatz  $p$ ?
- (b) Grundwerts  $G$  aus dem Prozentwert  $P$  und dem Prozentsatz  $p$ ?
- (c) Prozentsatzes  $p$  aus dem Grundwert  $G$  und dem Prozentwert  $P$ ?

Lösung

- (a)  $P = \frac{p}{100} \cdot G$
- (b)  $G = \frac{100}{p} \cdot P$
- (c)  $p\% = \frac{100 \cdot P}{G} \%$

12. Beschreibe, wie man die folgenden (und entsprechende) Aufgaben mit Hilfe der Prozentformeln lösen kann?

- (a) Wie viel sind 7% von 300?
- (b) Wie viel Prozent sind 38 von 92?
- (c) Peter kauft ein Fahrrad für 65% des Neupreises. Er bezahlt 260 €. Wie hoch war der Neupreis des Fahrrades?

Lösung

- (a)  $P = \frac{7}{100} \cdot 300 = 21$
- (b)  $p\% = \frac{38}{92} \cdot 100\% = \langle \text{NR} \rangle \approx 41,3\%$
- (c)  $G = \frac{100}{65} \cdot 260 \text{ €} = \dots = 400 \text{ €}$

13. Beschreibe, wie man die folgenden (und entsprechende) Aufgaben mit Hilfe der Definition oder des Dreisatzes lösen kann?

- (a) Wie viel sind 7% von 300?
- (b) Wie viel Prozent sind 38 von 92?
- (c) Peter kauft ein Fahrrad für 65% des Neupreises. Er bezahlt 260 €. Wie hoch war der Neupreis des Fahrrades?

Lösung

- (a)  $\frac{7}{100} \cdot 300 = 21$   
oder  

300	3		21
100%	1%		7%
- (b)  $\frac{38}{92} = \langle \text{NR} \rangle \approx 0,413 = 41,3\%$
- (c)

260 €	20 €		400 €
65%	5%		100%

14. Beschreibe an einem Beispiel was man unter dem

(a) Wachstumsfaktor

(b) Abnahmefaktor

versteht und wozu man ihn verwenden kann.

### Lösung

(a) Der Preis eines Fahrrades (200 €) wird um 8% erhöht. Was kostet es nun?

$$\text{Wachstumsfaktor: } 1 + \frac{8}{100} = 1,08$$

$$\text{Neuer Preis: } 200 \cdot 1,08 \text{ €} = 216 \text{ €}$$

(b) Der Preis eines Fahrrades (216 €) wird um 8% gesenkt. Was kostet es nun?

$$\text{Abnahmefaktor: } 1 - \frac{8}{100} = 0,92$$

$$\text{Neuer Preis: } 216 \cdot 0,92 \text{ €} = \langle NR \rangle = 198,92 \text{ €}$$