GYMNASIUM MIT SCHÜLERHEIM PEGNITZ
Wilhelm-von-Humboldt-Str. 7
91257 Pegnitz
Tel. 09241/48333 Fax. 09241/2564
sek@gympeg.de www.gympeg.de

Grundwissen JS 6 — Allgemeine Bruchrechnung 11. Oktober 2020

1.(a) Erkläre mit Hilfe eines Beispiels, was man unter einem Bruch versteht.

(b) Erkläre mit Hilfe eines Beispiels, wie man damit den Bruchteil von einem Ganzen berechnen kann.

(c) Erkläre mit Hilfe eines Beispiels, wie man den Anteil einer bestimmten Größe berechnen kann.

Lösung

(a) $\frac{3}{4}$ heißt Bruch. 3 die Zahl über dem Bruchstrich heißt Zähler, die Zahl unter dem Bruchstrich heißt Nenner.

(b) Will man z.B. $\frac{3}{4}$ von 160 kg berechnen, rechnet man
$160\,\text{kg} : 4 \cdot 3 = \ldots = 120\,\text{kg}$
allgemein:
Bruchteil = Ganzes : Nenner · Zähler.

(c) Beispiel: Anteil von 77 g an dem Ganzen 3 kg
$\frac{77\,\text{g}}{3\,\text{kg}} = \frac{77\,\text{g}}{3000\,\text{g}} = \frac{77}{3000}$
allgemein: Anteil $= \frac{\text{Bruchteil}}{\text{Ganzes}}$, vorher aber die Größen auf gleiche Einheiten bringen.

2.(a) Wie werden Brüche gekürzt?

(b) Wann ist ein Bruch vollständig gekürzt?

(c) Wie werden Brüche erweitert?

(d) Wie kann man anschaulich begründen, dass sich der Wert eines Bruches beim Erweitern und Kürzen nicht ändert?

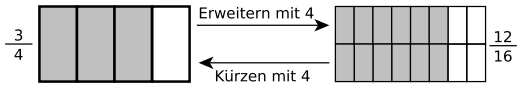
Lösung

(a) Zähler und Nenner durch den gleichen Faktor dividieren.
Z.B. $-\frac{9}{21} \underset{3}{=} -\frac{3}{7}$

(b) Der größte gemeinsame Teiler von Zähler und Nenner muss 1 sein.

(c) Zähler und Nenner müssen mit der gleichen Zahl ($\neq 0$) multipliziert werden.
Z.B. $\frac{3}{4} \overset{-5}{=} \frac{-15}{-20}$

(d) In der Diagrammdarstellung eines Bruchs wird das Ganze beim Erweitern in feinere Teile zerlegt und beim Kürzen zu gröberen Teilen zusammengefasst.



3. Was verstehst du unter

(a) echten Brüchen,

(b) Stammbrüchen,

(c) unechten Brüchen,

(d) Scheinbrüchen,

(e) der Prozentschreibweise?

Lösung

(a) Brüche, deren Zähler kleiner als der Nenner ist. Beispiele: $\frac{1}{5}, -\frac{99}{100}$.

(b) Brüche, deren Zähler gleich 1 ist. Beispiele: $\frac{1}{5}, -\frac{1}{99}$.

(c) Brüche, deren Zähler größer als der Nenner ist. Beispiele: $-\frac{5}{4}, \frac{100}{99}$.

(d) Brüche, bei denen der Zähler ein Vielfaches des Nenners ist. Beispiele: $\frac{4}{2}, -\frac{39}{13}$.

(e) $1\% = \frac{1}{100}$

4.(a) Wie verwandelt man eine gemischte Zahl in einen unechten Bruch?

(b) Wie verwandelt man einen unechten Bruch in eine gemischte Zahl?

Lösung

(a) Ganze · Nenner + Zähler ergibt den neuen Zähler. Der Nenner bleibt gleich.
Z.B. $3\frac{4}{5} = \frac{3\cdot 5+4}{5} = \frac{19}{5}$

(b) Zähler durch Nenner dividieren. Rest der Division ergibt den neuen Zähler. Der Nenner bleibt gleich.
Z.B. $-\frac{20}{3} = -6\frac{2}{3}$ NR: $20 : 3 = 6\ R2$

5. Wie vergleichst du positive Brüche (der Größe nach)?

(a) mit gleichen Nennern?

(b) mit gleichen Zählern?

(c) wenn Zähler und Nenner verschieden sind?

Lösung

(a) Der kleinere Bruch ist der mit dem kleineren Zähler. Z.B. ist $\frac{1}{5} < \frac{3}{5}$.

(b) Der kleinere Bruch ist der mit dem größeren Nenner. Z.B. ist $\frac{5}{8} < \frac{5}{7}$.

(c) Hier gibt viele Möglichkeiten, z.B.:

- Auf gleiche Zähler oder Nenner bringen und dann vergleichen.
- In gemischte Zahlen verwandeln und dann vergleichen.
  Beispiel: Vergleiche $\frac{26}{9}$ und $\frac{35}{11}$:
  $\frac{26}{9} = 2\frac{8}{9}$, $\frac{35}{11} = 3\frac{2}{11}$, also ist $\frac{26}{9} < \frac{35}{11}$.
- Ich suche eine geeignete Vergleichszahl.
  Beispiel: Vergleiche $\frac{23}{48}$ und $\frac{27}{52}$.
  $\frac{23}{48} < \frac{1}{2}$ und $\frac{1}{2} < \frac{27}{52}$, also ist $\frac{23}{48} < \frac{27}{52}$.

6. Wie vergleichst du Brüche (der Größe nach), wenn negative Brüche beteiligt sind?

Lösung

(a) Es ist immer der Bruch der kleinere, der auf der Zahlengerade weiter links steht.

(b) Ist nur einer von den beiden Brüchen negativ, dann ist dieser der kleinere (z.B. ist $-\frac{1}{100} < \frac{1}{200}$).

(c) Sind beide Brüche negativ, dann ist der der kleinere, der den größeren Betrag hat (z.B. ist $-\frac{1}{2} < -\frac{1}{3}$, weil $\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$).

7.(a) Was verstehst man unter dem Hauptnenner zweier Brüche?

(b) Wie kannst du den Hauptnenner von zwei Brüchen möglichst einfach bestimmen?

Lösung

(a) Der Hauptnenner zweier Brüche ist das kgV der Nenner dieser Brüche.

(b)
- Ist der kleinere Nenner ein Teiler des größern, so ist letztere der Hauptnenner.
  Z.B. ist der Hauptnenner von $\frac{1}{9}$ und $\frac{1}{3}$ gleich 9.
- Sind die beiden Nenner teilerfremd, so ist der Hauptnenner das Produkt der beiden Nenner.
  Z.B. ist der Hauptnenner von $\frac{1}{9}$ und $\frac{1}{4}$ gleich 36.
- In den anderen Fällen vervielfacht man den größeren Nenner so oft, bis der kleiner „hineinpasst“.
  Z.B. ist der Hauptnenner von $\frac{1}{24}$ und $\frac{1}{9}$ gleich 72 denn $9 \nmid 24$, $9 \nmid 48$ aber $9 \mid 72$.

8.(a) Wie heißen die Stufenzahlen hinter dem Komma?

(b) Welcher Zusammenhang besteht zwischen den Stufenzahlen?

(c) Wie heißen die Ziffern hinter dem Komma?

Lösung

(a) Zehntel (z); Hundertstel (h); Tausendstel (t); Zehntausendstel (zt) ...

(b) $10 \xrightarrow{:10} 1 \xrightarrow{:10} \frac{1}{10} \xrightarrow{:10} \frac{1}{100} \xrightarrow{:10} \frac{1}{1000}$

(c) Dezimalen

9.(a) Gib als Dezimalbruch an!
$\frac{1}{2};\ \frac{1}{4};\ \frac{3}{4};\ \frac{1}{5};\ \frac{2}{5};\ \frac{3}{5};\ \frac{4}{5};\ \frac{1}{8};\ \frac{3}{8};\ \frac{5}{8};\ \frac{7}{8}$

(b) Gib als gemeinen Bruch an!
$0,875;\ 0,625;\ 0,2;\ 0,75;\ 0,375;\ 0,8;$
$0,25;\ 0,6;\ 0,5;\ 0,125;\ 0,4$

Lösung

$\frac{1}{2}=0,5$	$\frac{1}{4}=0,25$	$\frac{3}{4}=0,75$	
$\frac{1}{5}=0,2$	$\frac{2}{5}=0,4$	$\frac{3}{5}=0,6$	$\frac{4}{5}=0,8$
$\frac{1}{8}=0,125$	$\frac{3}{8}=0,375$	$\frac{5}{8}=0,625$	$\frac{7}{8}=0,875$

10.(a) Wie vergleichst du zwei positive Dezimalbrüche der Größe nach?

(b) Bei welchen Dezimalbrüchen darf man „Endnullen“ weder anhängen noch weglassen? Begründung!

Lösung

(a)
- Zwei Dezimalbrüche sind gleich, wenn sie sich nur durch Endnullen unterscheiden, z.B. ist $3,4 = 3,40$.
- Von zwei endlichen positiven Dezimalbrüchen ist derjenige der kleinere, bei dem in der Stellenwerttafel von links nach rechts zuerst die größere Ziffer steht,
  z.B. ist $1\underline{7},99 < 1\underline{8},7$ und $1,\overline{2} < 1,223$.
- Bei unendliche Dezimalbrüche gibt es Ausnahmen von dieser Regel, wenn die Periode 9 beträgt,
  z.B. ist $1 = 0,\overline{9}$.

(b) Bei gerundeten Dezimalbrüchen darf man die Zahl der Endnullen nicht verändern, weil die Anzahl der Dezimalen die Genauigkeit angibt. Z.B. ist $3,4$ auf Zehntel genau gerundet, $3,40$ aber auf Hundertstel.

11.(a) Wie kann man einen gemeinen Bruch in einen Dezimalbruch verwandeln? Beispiele!

(b) Wie kann man endliche Dezimalbrüche in gemeine Brüche verwandeln? Beispiele!

(c) Verwandle die echten Brüche mit Nenner 3 und 6 und Dezimalbrüche.

Lösung

(a)
- Erweitern des vollständig gekürzten Bruchs auf eine Stufenzahl im Nenner.
  Z.B. gilt $-\frac{252}{175} \underset{7}{=} -\frac{36}{25} \overset{4}{=} -\frac{144}{100} = -1,44$.
- Division (klappt immer): Z.B. gilt
  $\frac{3}{8} = 3:8 = \ldots = 0,375$ und $\frac{17}{66} = 17:66 = 0,2\overline{57}$

(b) Die Dezimalen bilden den Zähler, der Nenner besteht aus einer Stufenzahl mit so vielen Nullen wie der Dezimalbruch Dezimalen hat. (Kürzen!) Z.B. gilt
$0,\underbrace{015}_{3} = \frac{15}{1\underbrace{000}_{3}} = \frac{3}{200}$ und $3,14 = 3\frac{14}{100} = 3\frac{7}{50}$.

(c) $\frac{1}{6} = 0,1\overline{6}$ $\quad \frac{1}{3} = \frac{2}{6} = 0,\overline{3}$ $\quad \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0,5$

$\frac{5}{6} = 0,8\overline{3}$ $\quad \frac{2}{3} = \frac{4}{6} = 0,\overline{6}$

12. Wie addierst bzw. subtrahierst du

(a) Brüche mit gleichen Nennern?

(b) Brüche mit verschiedenen Nennern?

Beispiele!

Lösung

(a) Zähler addieren bzw. subtrahieren, Nenner bleibt gleich (kürzen!)

$$\frac{3}{8} + \frac{7}{8} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$$
$$\frac{7}{12} - \frac{1}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$
$$-\frac{7}{12} - \frac{1}{12} = \frac{-7}{12} - \frac{1}{12} = \frac{-8}{12} = -\frac{2}{3}$$

(b) Brüche auf Hauptnenner erweitern, dann wie in (a)

$$-\frac{3}{4} + \frac{7}{12} = \frac{-9}{12} + \frac{7}{12} = \frac{-2}{12} = -\frac{1}{6}$$
$$\frac{7}{10} - \frac{1}{6} = \frac{21}{30} - \frac{5}{30} = \frac{16}{30} = \frac{8}{15}$$

13. Wie addierst bzw. subtrahierst du gemischte Zahlen? Beispiele!

Lösung

- Bei gleichen Vorzeichen werden die Beträge addiert, das Ergebnis hat das gleiche Vorzeichen wie die Summanden. „Ganze“ und Brüche werden dabei gesondert addieren.

$$2\frac{1}{2} + 1\frac{3}{4} = 2\frac{2}{4} + 1\frac{3}{4} = 3\frac{5}{4} = 4\frac{1}{4}$$
$$-4\frac{7}{8} - 2\frac{3}{8} = -\left(4\frac{7}{8} + 2\frac{3}{8}\right) = -6\frac{10}{8} = -7\frac{1}{4}$$

- Bei unterschiedlichen Vorzeichen rechnet man „größerer Betrag“ − „kleinerer Betrag“ (ggf. ein „Ganzes ausleihen“) und gibt dem Ergebnis das Vorzeichen, das vor der Zahl mit dem „größerer Betrag“ steht.

$$4\frac{3}{10} - 2\frac{3}{4} = 4\frac{6}{20} - 2\frac{15}{20} = 3\frac{26}{20} - 2\frac{15}{20} = 1\frac{11}{20}$$
$$-2\frac{3}{4} + 5\frac{9}{10} = +\left(5\frac{18}{20} - 2\frac{15}{20}\right) = 3\frac{3}{20}$$
$$2\frac{3}{4} - 5\frac{9}{10} = -\left(5\frac{18}{20} - 2\frac{15}{20}\right) = -3\frac{3}{20}$$

14. Wie addierst bzw. subtrahierst du Dezimalbrüche?

Lösung Beim Addieren bzw. Subtrahieren von Dezimalbrüchen schreiben wir Komma unter Komma und addieren bzw. subtrahieren dann stellenweise.

Z.B.
$$\begin{array}{r} 12{,}72 \\ +\ 9{,}342 \\ \hline 22{,}062 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 12{,}78 \\ -\ 9{,}342 \\ \hline 3{,}438 \end{array}$$

Beim nebeneinander Addieren bzw. Subtrahieren muss man auf die gleiche Anzahl von Dezimalstellen achten (wenn nötig Endnullen ergänzen).

Z.B. $12,72 + 9,342 = 1\dot{2},\dot{7}\dot{2}\dot{0} + \dot{9},\dot{3}\dot{4}\dot{2} = 22,062$.

15. Wie multiplizierst du

(a) einen Bruch mit einer natürlichen Zahl?

(b) zwei Brüche?

(c) zwei gemischte Zahlen?

Beispiele!

Lösung

(a) Zähler · Zahl durch Nenner (kürzen!)

$$\frac{5}{6} \cdot (-4) = \frac{5 \cdot (-4)}{6} = -\frac{5 \cdot 2}{3} = -3\frac{1}{3}$$

(b) Zähler · Zähler durch Nenner · Nenner. **Vor dem Multiplizieren** kürzen.

$$\frac{14}{15} \cdot (-\frac{21}{28}) = -\frac{14 \cdot 21}{15 \cdot 28} = -\frac{1 \cdot 7}{5 \cdot 2} = -\frac{7}{10}$$

(c) Gemischte Zahl vor dem Multiplizieren in unechten Bruch verwandeln, dann wie in b) multiplizieren (kürzen, umwandeln).

$$2\frac{2}{5} \cdot 2\frac{1}{2} = \frac{12}{5} \cdot \frac{5}{2} = 6$$

16. Wie dividierst du

(a) einen Bruch durch eine natürliche Zahl?

(b) zwei Brüche?

(c) zwei gemischte Zahlen?

Beispiele!

Lösung

(a) Zähler durch Nenner · Zahl (kürzen!)

$$\frac{12}{17} : 16 = \frac{12}{17 \cdot 16} = \frac{3}{17 \cdot 4} = \frac{3}{68}$$

(b) Bruch · Kehrbruch. **Erst vor dem Multiplizieren** kürzen.

$$\frac{5}{6} : \frac{9}{16} = \frac{5}{6} \cdot \frac{16}{9} = \frac{5 \cdot 16}{6 \cdot 9} \underset{2}{=} \frac{5 \cdot 8}{3 \cdot 9} = \frac{40}{27} = 1\frac{13}{27}$$

(c) Gemischte Zahl vor dem Dividieren in unechten Bruch umwandeln, dann wie in b) dividieren (kürzen, umwandeln).

$$2\frac{2}{5} : (-1\frac{5}{7}) = -\frac{12}{5} : \frac{12}{7} = -\frac{12}{5} \cdot \frac{7}{12} = -\frac{7}{5} = -1\frac{2}{5}$$

17.(a) Wie werden den Stufenzahlen als Zehnerpotenzen geschrieben?

(b) Welcher Zusammenhang besteht allgemein zwischen einer Stufenzahl und ein ihrer Darstellung als Zehnerpotenz?

(c) Wie kann man den Term x^{-a} $(x \neq 0, a \in \mathbb{Z})$ als Bruch schreiben? Was gilt speziell, wenn x ein gemeiner Bruch ist? Beispiel!

Lösung

(a)

Stufenzahl	1000	100	10	1
als Zehnerpotenz	10^3	10^2	10^1	10^0
Stufenzahl	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{10000}$
dezimal	$0,1$	$0,01$	$0,001$	$0,0001$
als Zehnerpotenz	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}

(b) Stufenzahlen vor dem Komma: Der Exponent ist gleich der Anzahl der Nullen.
Stufenzahlen hinter dem Komma: Der Betrag des Exponenten ist gleich der Anzahl der Nachkommastellen.

(c) $x^{-a} = \frac{1}{x^a}$ z.B. ist $5^{-3} = \frac{1}{5^3}$ und $5^{-1} = \frac{1}{5}$.
Wenn die Basis ein gemeiner Bruch ist, kann man den Kehrbruch bilden und das Vorzeichen des Exponenten „umdrehen“. Beispiel
$\left(\frac{2}{3}\right)^{-5} = \left(\frac{3}{2}\right)^{5}$

18.(a) Wie wird ein Dezimalbruch mit einer Stufenzahl multipliziert?

(b) Wie multipliziert man zwei Dezimalbrüche?

(c) Was versteht man unter gegensinniger Kommaverschiebung und wozu kann man sie nutzen?

Lösung

(a) Das Komma wird um so viele Stellen nach rechts verschoben, wie die Stufenzahl Nullen hat. Z.B. ist
$0,171 \cdot 100 = 17,1$ und $0,171 \cdot 10\,000 = 1710$.

(b) Man multipliziert die Dezimalbrüche ohne Rücksicht auf das Komma und trennt dann im Ergebnis so viele Dezimalen durch das Komma ab, wie beide Faktoren zusammen haben. Z.B. ist
$1,\underbrace{863}_{3} \cdot 0,\underbrace{54}_{2} = 1,\underbrace{00602}_{5}$.

(c) Der Wert eines Produktes ändert sich nicht, wenn man das Komma bei beiden Faktoren um gleich viele Stellen in die entgegengesetzte Richtung verschiebt.
Z.B. ist $444,4 \cdot 0,011 = 4,444 \cdot 1,1 = 4,8884$.

19.(a) Wie wird ein Dezimalbruch durch eine Stufenzahl dividiert?

(b) Was versteht man unter gleichsinniger Kommaverschiebung und wozu kann man sie nutzen?

(c) Wie dividierst du zwei Dezimalbrüche?

Lösung

(a) Das Komma wird um so viele Stellen nach links verschoben, wie die Stufenzahl Nullen hat. Z.B. ist $19,2 : 10 = 1,92$ und $19,2 : 1000 = 0,0192$.

(b) Der Wert eines Quotienten ändert sich nicht, wenn man beim Dividenden und Divisor das Komma um gleich viele Stellen in die gleiche Richtung verschiebt.
Z.B. ist $16,43\overline{5 : 0,9}5 = 1643,5 : 95 = 17,3$.

(c) Zuerst wird das Komma gleichsinnig verschoben, so dass aus dem Divisor eine natürliche Zahl entsteht. Dann wird schriftlich dividiert. Wird beim Dividenden das Komma überschritten, so ist gleichzeitig im Ergebnis das Komma zu setzen. Beispiel:

$22,75 : 1,3 =$ 227, 5:13 =17,5

-13
97
- 91
65
- 65
- -

20. Wie lauten die Plus- und Minusklammerregel zum Auflösen von Klammern?

Lösung Steht eine Rechenaufgabe in einem einzigen Klammerpaar, denken wir uns (falls nötig) in der Klammer vor jede Zahl das passende Vorzeichen, lassen das Plus- bzw. Minus-Zeichen vor der Klammer und das dazugehörige Klammerpaar weg. Wenn vor der Klammer ein Minus stand, werden zusätzlich noch alle Vorzeichen innerhalb der Klammer umgedreht.

$$\frac{1}{3} \oplus \left(3 - \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3} \oplus \left(+3 - \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3} + 3 - \frac{1}{3} = 3$$
$$\frac{1}{3} \ominus \left(3 - \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3} \ominus \left(+3 - \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3} - 3 + \frac{1}{3} = -2\frac{1}{3}$$

Bei der Anwendung des Distributivgesetzes gilt die Regel entsprechend.

$$\frac{1}{2} \oplus \frac{1}{6} \cdot \left(+3 - \frac{2}{3}\right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \cdot 3 - \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{9}$$
$$\frac{1}{2} \ominus \frac{1}{6} \cdot \left(+3 - \frac{2}{3}\right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{6} \cdot 3 + \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{9}$$

21. In welcher Reihenfolge musst du bei der Berechnung von größeren Termen (Rechenausdrücken) vorgehen, wenn du keine Rechenvorteile ausnutzen sollst? Beispiel!

Lösung

- Was in Klammern steht, wird zuerst berechnet. Bei ineinandergeschachtelten Klammern werden die Klammern von innen nach außen aufgelöst.
- Bei den Rechengesetzen gilt: Potenzrechnung vor „Punktrechnung“ vor „Strichrechnung“

Beispiel:

$$\left[2\frac{1}{2} + \left(\underline{2^2} \cdot \frac{3}{16} - \frac{1}{4}\right)\right] \cdot \frac{3}{4} - \frac{1}{4} =$$
$$= \left[2\frac{1}{2} + \left(\underline{4 \cdot \frac{3}{16}} - \frac{1}{4}\right)\right] \cdot \frac{3}{4} - \frac{1}{4} =$$
$$= \left[2\frac{1}{2} + \left(\underline{\frac{3}{4} - \frac{1}{4}}\right)\right] \cdot \frac{3}{4} - \frac{1}{4} =$$
$$= \left(\underline{2\frac{1}{2} + \frac{1}{2}}\right) \cdot \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \underline{3 \cdot \frac{3}{4}} - \frac{1}{4} == 2\frac{1}{4} - \frac{1}{4} = \underline{\underline{2}}$$

Geometrie

22. Wie lauten die Flächenformeln für

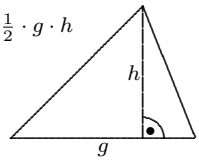
    (a) ein Dreieck,

    (b) ein Parallelogramm,

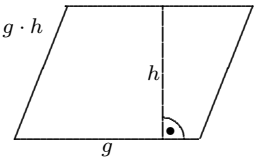
    (c) ein Trapez?

Lösung

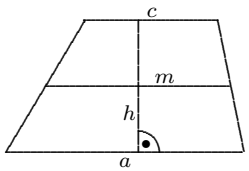
(a) $A_D = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$



(b) $A_P = g \cdot h$



(c)



$A_T = m \cdot h = \frac{1}{2} \cdot (a + c) \cdot h$

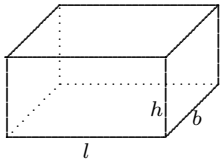
23. Was versteht man unter einem Quader? Gib jeweils einige Eigenschaften und die Formeln zur Berechnung der Oberfläche und des Volumens an.

Lösung

Ein Quader ist ein (räumlicher) Körper, der von sechs Rechtecken begrenzt wird (z.B. eine Schuhschachtel).

- Er besitzt 8 Ecken und 12 Kanten.
- Die jeweils gegenüberliegenden Seitenflächen sind deckungsgleich.
- Alle zueinander parallelen Kanten sind gleich lang.
- Bezeichnet man die Abmessungen eines Quaders mit l, b und h, dann gilt für die Oberfläche S und das Volumen V:

  $$S = 2 \cdot (l \cdot b + l \cdot h + b \cdot h); \quad V = l \cdot b \cdot h.$$



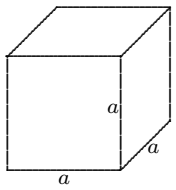
24. Was versteht man unter einem Würfel? Gib jeweils einige Eigenschaften und die Formeln zur Berechnung der Oberfläche und des Volumens an.

Lösung

Ein Würfel ist ein (besonderer) Quader, bei dem alle Kanten gleich lang sind.

- Er besitzt alle Eigenschaften, die auch ein Quader besitzt.
- Alle Seitenflächen sind deckungsgleiche Quadrate.
- Alle Kanten sind gleich lang.
- Bezeichnet man die Kantenlänge des Würfel mit a, dann gilt für die Oberfläche S und das Volumen V:

  $$S = 6 \cdot a^2 \quad V = a^3.$$



Mathematik im Alltag

25.(a) Was ist 1%?

(b) Gib als Bruchteil an:
20%, 25%, 40%, 50%, 75%

(c) Gib in Prozent an:
$0,1$; $0,125$; $\frac{35}{1000}$; $\frac{3}{20}$; $1\frac{7}{8}$

Lösung

(a) 1% ist das Gleiche wie $\frac{1}{100}$.

(b) $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$.

(c) 10%; $12,5\%$; $3,5\%$; 15%; $187,5\%$

26. Erkläre an einem Beispiel die Begriffe Prozentwert, Prozentsatz und Grundwert und gib die üblichen dazugehörigen Formelbuchstaben an.

Lösung

Z.B. gilt 20% von 50 sind 10.

- 20%: Prozentsatz $p\%$
- 50: Grundwert G
- 10: Prozentwert P

27. Wie lauten die Formeln zur Berechnung des

(a) Prozentwertes P aus dem Grundwert G und dem Prozentsatz p?

(b) Grundwerts G aus dem Prozentwert P und dem Prozentsatz p?

(c) Prozentsatzes p aus dem Grundwert G und dem Prozentwert P?

Lösung

(a) $P = \frac{p}{100} \cdot G$

(b) $G = \frac{100}{p} \cdot P$

(c) $p\% = \frac{100 \cdot P}{G}\%$

28. Wie kann man folgende (und entsprechende) Aufgaben lösen?

(a) Wie viel sind 7% von 300?

(b) Wie viel Prozent sind 38 von 92?

(c) Peter kauft ein Fahrrad für 65% des Neupreises. Er bezahlt 260 €. Wie hoch war der Neupreis des Fahrrades?

Lösung

- Mit Hilfe der Prozentformeln:

(a) $P = \frac{7}{100} \cdot 300 = 21$

(b) $p\% = \frac{38}{92} \cdot 100\% = \langle \text{NR} \rangle \approx 41,3\%$

(c) $G = \frac{100}{65} \cdot 260\,€ = \ldots = 400\,€$

- Mit Hilfe der Definitionen und des Dreisatzes:

(a) $\frac{7}{100} \cdot 300 = 21$
oder

300	3	21
100%	1%	7%

(b) $\frac{38}{92} = \langle \text{NR} \rangle \approx 0,413 = 41,3\%$

(c)

260 €	20 €	400 €
65%	5%	100%

29.(a) Was versteht man unter der relativen Häufigkeit eines Ereignisses A? Beispiel!

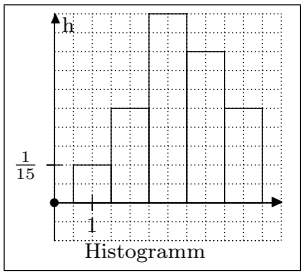
(b) Welche Veranschaulichungsmöglichkeiten gibt es?

Lösung

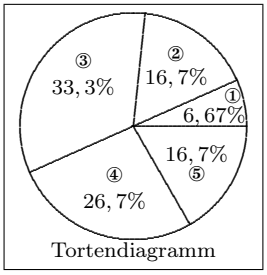
(a) Tritt ein Ereignis A bei n Versuchen genau k-mal ein, so heißt $h := \frac{k}{n}$ die relative Häufigkeit von A in dieser Versuchsfolge. Beispiel: Notenverteilung einer Schulaufgabe ($n = 30$)

Note (A)	1	2	3	4	5	6
Anzahl	2	5	10	8	5	0
h	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{1}{6}$	0
in %	6,67	16,7	33,3	26,7	16,7	0

(b)



Histogramm



Tortendiagramm